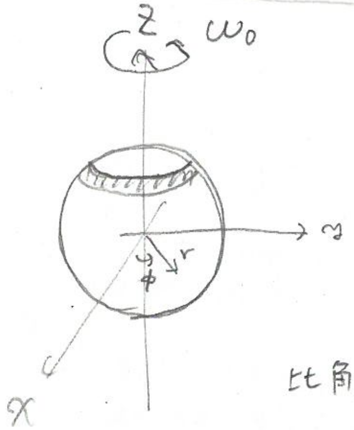
分子雲コアと星の total anguler momentum



円筒座標系 (r, ϕ, z)

$$x = r\cos\phi$$
$$y = r\sin\phi$$
$$z = z$$

ヤコビアン:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \phi} & \frac{\partial x}{\partial z} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \phi} & \frac{\partial y}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \phi} & \frac{\partial z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\phi & -r\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & r\cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|J| = r\cos^2\phi - (-r\sin^2\phi)$$
$$= r$$

$$dV = dx\,dy\,dz = r\,dr\,d\phi\,dz$$

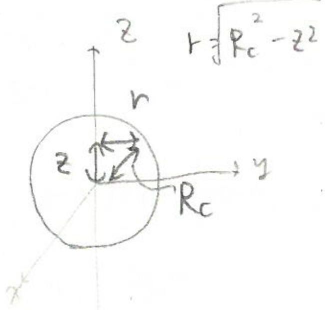
比角運動量 $\boldsymbol{j} = m\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}$

$$|\boldsymbol{j}| = \rho\,dV\,r\,v_{rot}$$
$$= \rho r^2 \omega_0\,dV = \rho\omega_0 r^3\,dr\,d\phi\,dz$$

($v_{rot} = \omega_0 r$
剛体回転)

○ 分子雲コア, $\rho = const$, radius : R_c, 剛体回転する球と仮定

$$L_c = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\sqrt{R_c^2 - z^2}} dr \int_{-R_c}^{R_c} dz\ \rho\omega_0 r^3$$



$$= 2\pi\rho\omega_0 \int_{-R_c}^{R_c} dz \int_0^{\sqrt{R_c^2 - z^2}} r^3\,dr$$

$$= 2\pi\rho\omega_0 \int_{-R_c}^{R_c} \frac{1}{4}(R_c^2 - z^2)^2\,dz$$

$$= \frac{\pi\rho\omega_0}{2} \int_{-R_c}^{R_c} (z^4 - 2R_c^2 z^2 + R_c^4)\,dz$$

$$= \frac{\pi\rho\omega_0}{2}\left(\frac{2}{5}R_c^5 - 2\cdot\frac{2}{3}R_c^5 + 2R_c^5 \right)$$

$$= \frac{8}{15}\pi\rho\omega_0 R_c^5$$

→ $10^{-20} \cdot 10^{-14}$

$R_c \sim 0.1\ \mathrm{pc} \sim 3\times10^{17}\ \mathrm{cm}$ $(1\,\mathrm{pc} = 3.09\times10^{18}\ \mathrm{cm})$

$n_{H_2} \sim 10^4\ \mathrm{cm^{-3}}$

$m_{H_2} = 2\times m_H$ $(m_H = 1.6726\times10^{-24}\ \mathrm{g})$

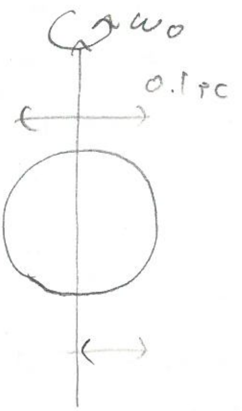
$\omega_0 \sim 1.5\ \mathrm{km\ s^{-1}\ pc^{-1}}$

$= 1.5\times10^5\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}\ pc^{-1}}$

$\sim \frac{1.5}{3}\times10^{-13}\ \mathrm{s^{-1}}$

$= 5\times10^{-14}\ \mathrm{s^{-1}}$

$L_c \sim 7\times10^{54}\ (\mathrm{g\ cm^2\ s^{-1}})$



velocity gradient

$0.3 \sim 2.5\ \mathrm{km\cdot s^{-1}\cdot pc^{-1}}$

(Goodman et al. (1993)

観測値を linear fit

○星

剛体回転?を仮定

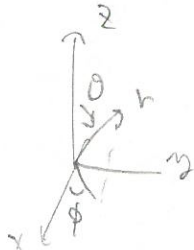
$R_* \cdot R_\odot \sim 7\times10^{10}\ \mathrm{cm}$

$\omega_0 = \frac{v_{rot}}{R_\odot} \sim 2.7\times10^{-6}\ \mathrm{s^{-1}}$ (3×10^{-6}) $v_{rot} = 2\pi R_\odot / \cancel{25}\ 27$ days

→ T tauri だと a few days らしい.

以下不要だった

$\rho =$		
156	0 − 0.1	$R_\odot$
88	0.1 − 0.2	$R_\odot$
35		
12.0		
3.9 $(\mathrm{g\cdot cm^{-3}})$		
0.50		
0.20		
0.09		
2.7×10^{-7}		

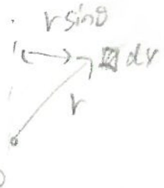


球殻を積分するなら、極座標で、 $(dx\,dy\,dz = r^2\sin\theta\, dr\, d\theta\, d\phi)$

$|dl| = \rho\, dV\ r\sin\theta\ v_{rot}$

$= \rho\,\omega_0 r^4 \sin^3\theta\, dr\, d\theta\, d\phi$

$(v_{rot} = \omega_0 r \sin\theta)$



$$L = 2\pi \int_{R_{in}}^{R_{out}} dr \int_0^{\pi} d\theta \ \rho \omega_0 r^4 \sin^3\theta$$

$r = R_{in} \sim R_{out}$ の

球殻の

角運動量

$$= 2\pi \rho \omega_0 \int_0^{\pi} \frac{3\sin\theta - \sin 3\theta}{4} d\theta \int_{R_{in}}^{R_{out}} r^4 dr$$

$$= 2\pi \rho \omega_0 \left[-\frac{3}{4}\cos\theta + \frac{1}{12}\cos 3\theta \right]_0^{\pi} \left[\frac{r^5}{5} \right]_{R_{in}}^{R_{out}}$$

$$= 2\pi \rho \omega_0 \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{6} \right) \frac{1}{5} \left(R_{out}^5 - R_{in}^5 \right)$$

$$= \frac{8}{15} \pi \rho \omega_0 \left(R_{out}^5 - R_{in}^5 \right)$$

10^{-6}

(ただ引くだけだった… あたりまえ。)

以上

不要。

$L_* \sim L_\odot \sim$

ρは平均密度で計算(カンタンに)

やっぱり

$$\rho = \frac{3}{4\pi R_\odot^3} M_\odot \quad , M_\odot \sim 2 \times 10^{33} g$$

$$L_\odot = \frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{15}_{5}} \pi \cdot \frac{3}{\cancel{4\pi} \cancel{R_\odot^3}} M_\odot \cdot \omega_0 \cdot R_\odot^{\cancel{5}\,2}$$

$$\sim \frac{2}{5} \times 2 \times 10^{33} \times 3 \times 10^{-6} \times (7 \times 10^{10})^2$$

$$= \underbrace{\frac{12 \times 7}{5}}_{\sim 10} \times 10^{33} \times 10^{-6} \times 10^{20}$$

$$\sim 10^{48}$$

$L_c \sim 10^{54}$ 、 $L_\odot \sim 10^{48}$ $(g \cdot cm^2 s^{-1})$

$\frac{L_c}{L_\odot} \sim 10^6$ ・分子雲コアが収縮して星になるには角運動量をかなり捨てなくてはならないことがわかる.

だいたい、星形成においては、

$\sim 10^4$ すてるといわれている、らしい

$(g\ cm^2 s^{-1})$

良い値