

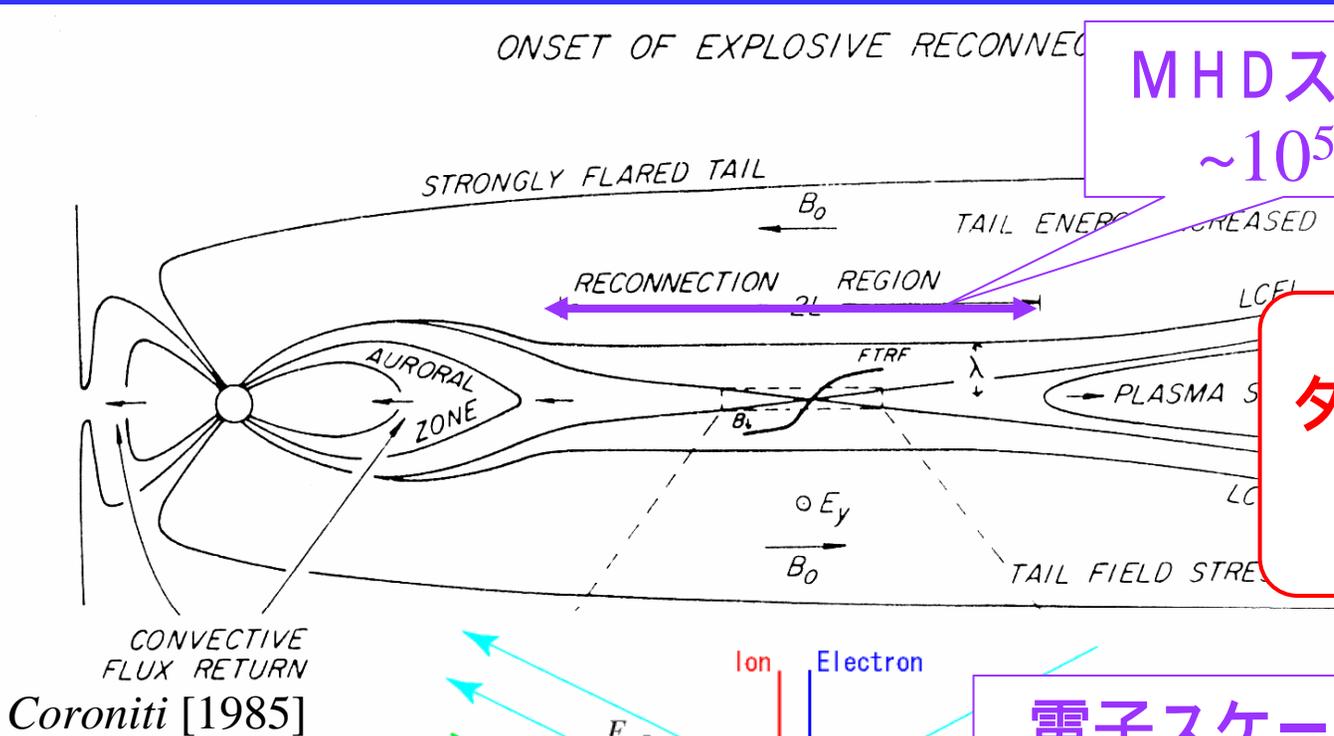
# 適合格子細分化法 (AMR法) を用いた 電磁粒子コードの開発と応用

---

藤本 桂三<sup>1</sup>, Richard D. Sydora<sup>2</sup>

1. 情報通信研究機構 (学振研究員)
2. Department of Physics, University of Alberta

# 地球磁気圏尾部における磁気リコネクション

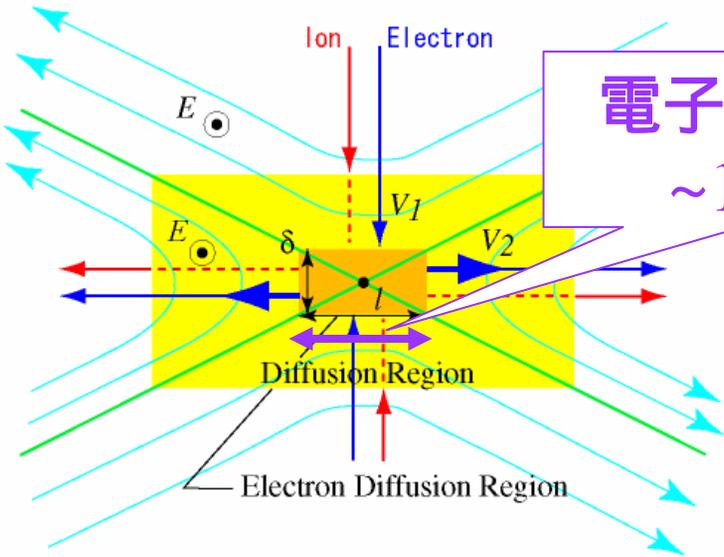


MHDスケール  
~ $10^5$  km

ダイナミックレンジ  
~  $10^4$

電子スケール  
~10 km

電磁粒子コードによる記述が必要



# 電磁粒子コードにおける数値的制約とAMR法の適用

格子点間隔の制約:

$$\Delta x \lesssim 3\lambda_{De} \sim 1km$$

[Birdsall & Langdon, 1995]

Magnetotail Lobe

$T_i/T_e \simeq 4.0$ ,  $n \simeq 0.01 \text{ cm}^{-3}$ ,  $\beta_i \simeq 0.1$ ,  $B = 30 \text{ nT}$ .  
(Baumjohann and Treumann, 1997)

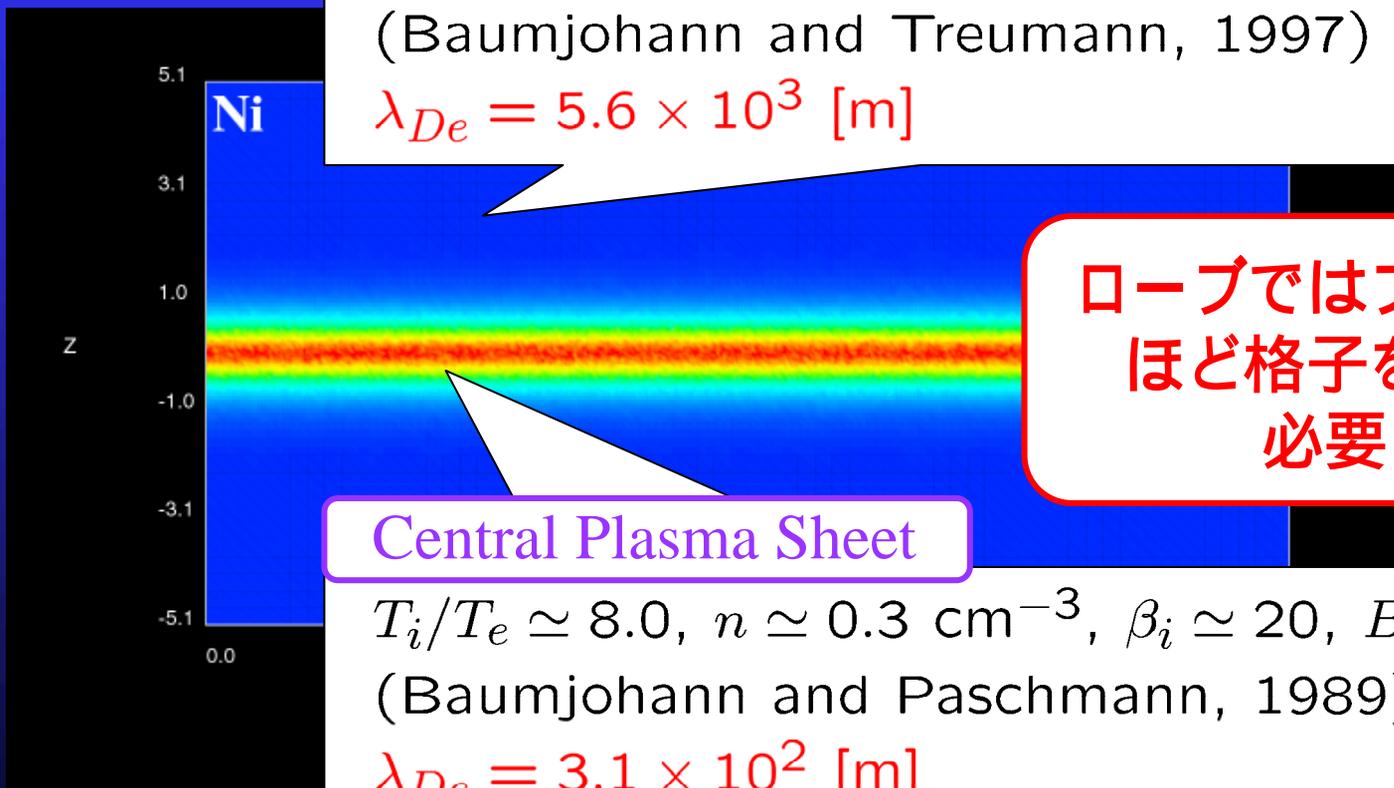
$$\lambda_{De} = 5.6 \times 10^3 \text{ [m]}$$

ローブではプラズマシート  
ほど格子を細かく切る  
必要はない

Central Plasma Sheet

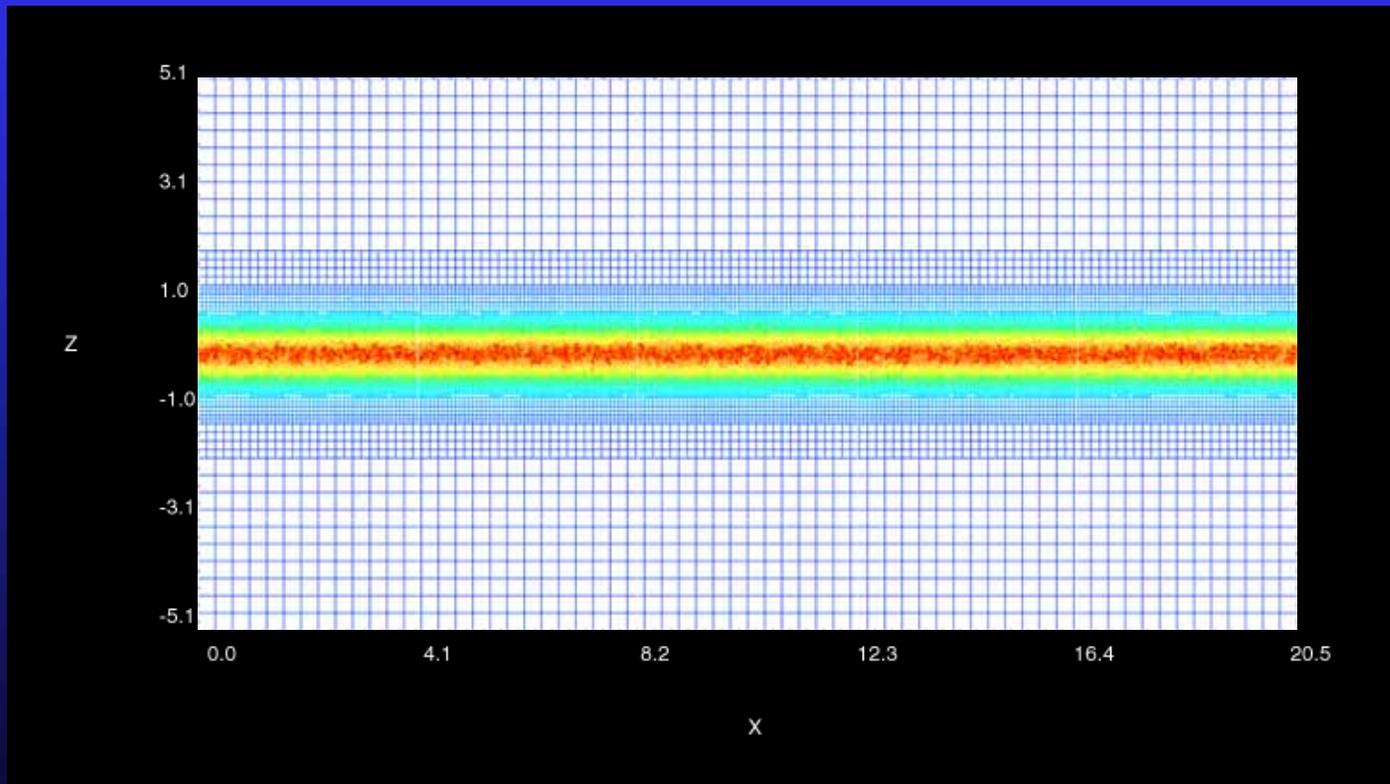
$T_i/T_e \simeq 8.0$ ,  $n \simeq 0.3 \text{ cm}^{-3}$ ,  $\beta_i \simeq 20$ ,  $B = 5 \text{ nT}$ .  
(Baumjohann and Paschmann, 1989)

$$\lambda_{De} = 3.1 \times 10^2 \text{ [m]}$$



# 電磁粒子コードにおける数値的制約とAMR法の適用

格子点間隔の制約:  $\Delta x \lesssim 3\lambda_{De} \sim 1km$



## AMR法の使用例

### ✓ 多階層格子を偏微分方程式系に適用

Berger and Olinger (1984), Berger and Colella (1989)

### ✓ MHD + AMR . . . Groth et al. (2000)

### ✓ PIC + AMR (N-body code)

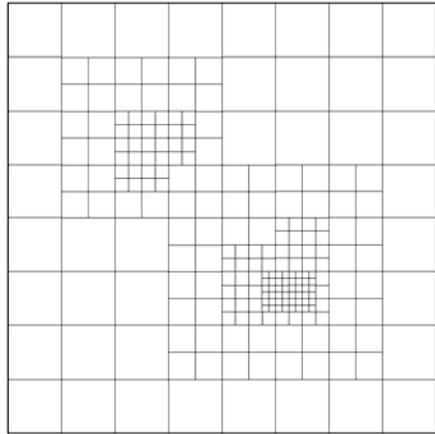
Villumsen (1989), Kravtsov et al. (1997), Yahagi and Yoshii (2001)

### ✓ ESPIC + AMR . . . Vay et al. (2004)

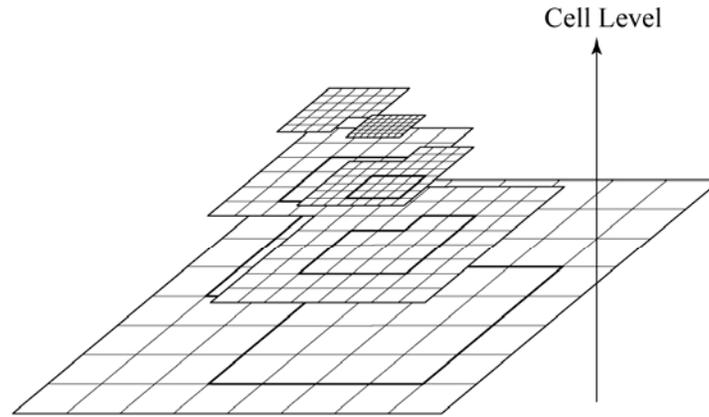
### ✓ EMPIC + AMR

Fujimoto and Machida (2006), Fujimoto and Sydora (2008)

# AMRのデータ構造



(a)

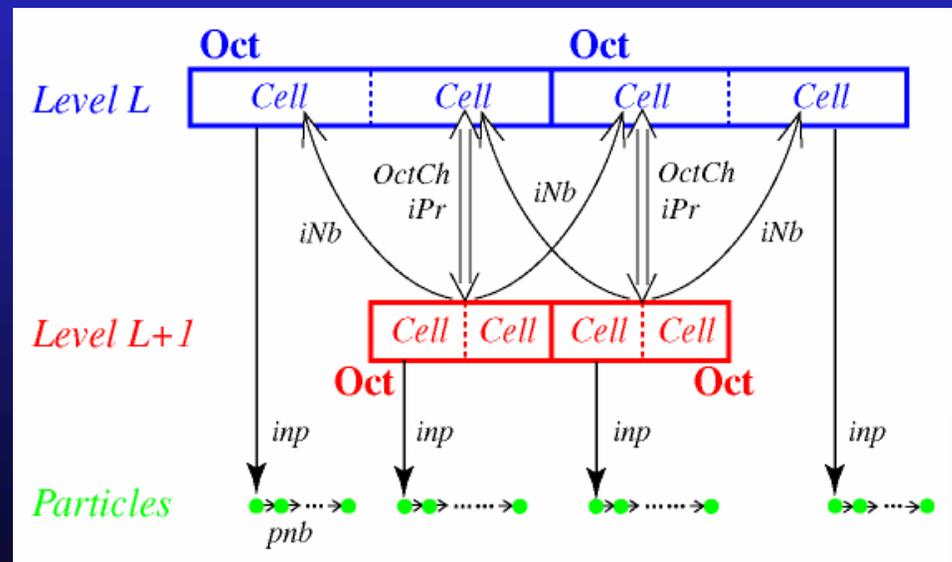


(b)

計算格子は階層構造を形成している。

各格子は階層構造の中で独立に取り扱われるので、配列要素として扱われる構造格子とは異なり、柔軟な配置換えが可能である。

階層構造は、それぞれの格子(もしくはオクト)および超粒子に与えられるポインタによって維持されている。



# 基礎方程式系

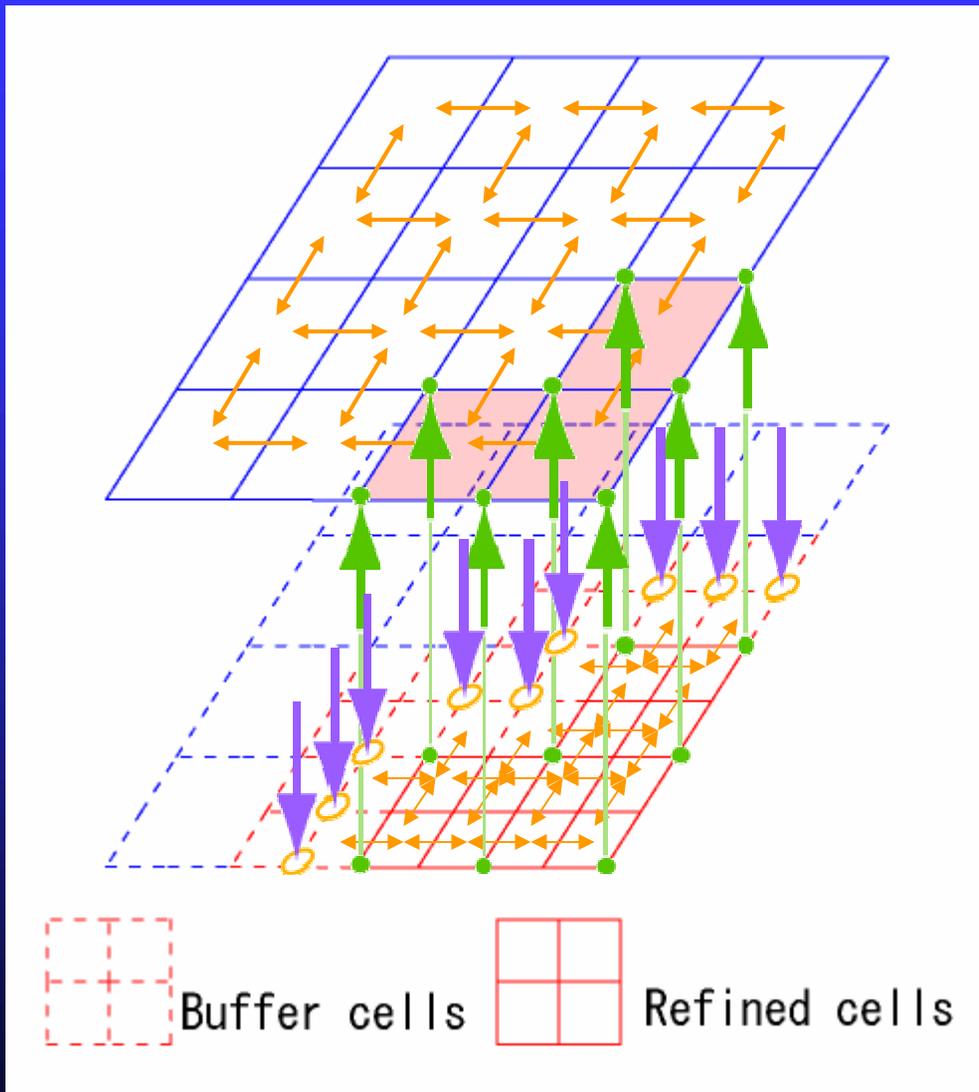
## ● 粒子の運動方程式

$$\frac{d\mathbf{x}_s}{dt} = \mathbf{v}_s, \quad \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \frac{q_s}{m_s} [\mathbf{E}(\mathbf{x}_s) + \mathbf{v}_s \times \mathbf{B}(\mathbf{x}_s)] \quad (s = i, e)$$

## ● 電磁場に対するMaxwell方程式

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_L + \mathbf{E}_T \quad (\nabla \times \mathbf{E}_L = 0, \nabla \cdot \mathbf{E}_T = 0), \\ \mathbf{E}_L &= -\nabla\phi, \quad \nabla^2\phi = -\rho/\epsilon_0, \\ \frac{\partial \mathbf{E}_T}{\partial t} &= c^2 \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{j}_T/\epsilon_0 \quad (\mathbf{j}_T = \mathbf{j} + \nabla\eta), \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -\nabla \times \mathbf{E}_T \\ \eta &= -\epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{Charge continuity equation}). \end{aligned}$$

# 電磁場の計算手順



最も粗い格子点上で  
電磁場を解く。



バッファ格子に解を内  
挿(線形補完)する。



細かい格子点上で電  
磁場を解く。

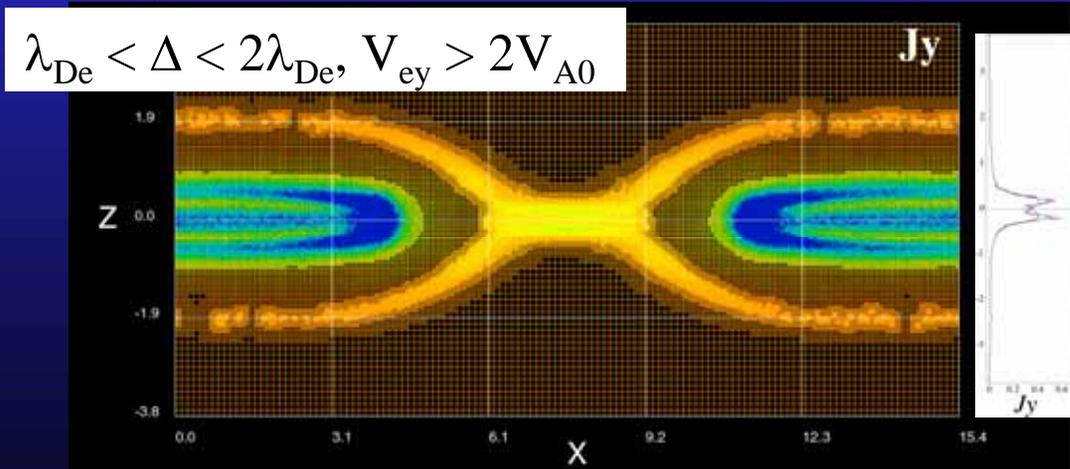
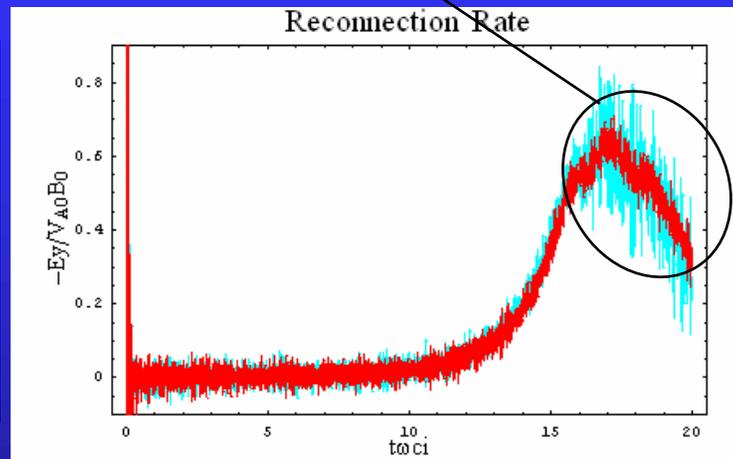
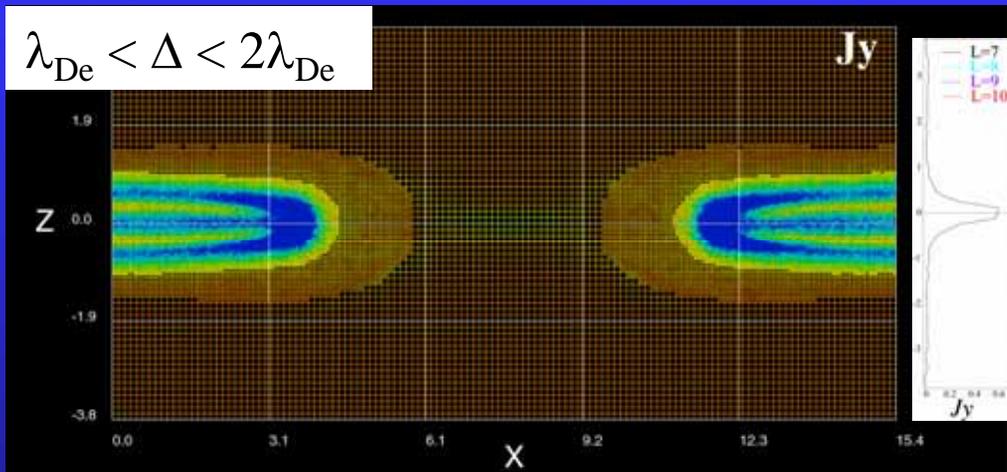


粗い格子点上の解を細か  
い格子点上の解で置き換  
える。

# 格子の分割条件

電子のデバイ長だけでよいか？

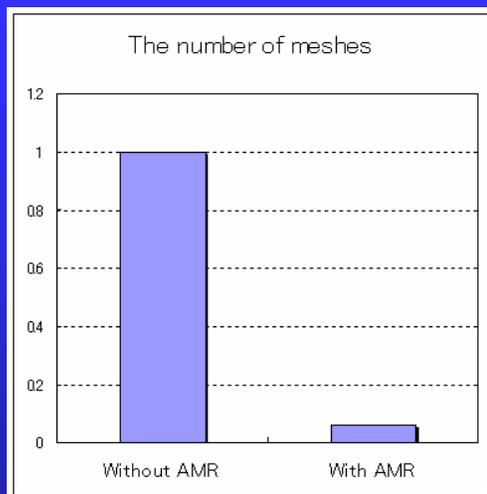
エイリアシング + 粒子ノイズ



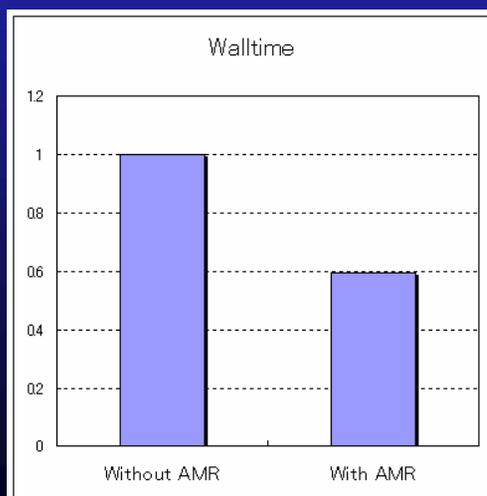
電子スケールの構造、物理過程が重要となる領域では、細分化格子を割り当てる必要がある。

# 格子数と計算時間

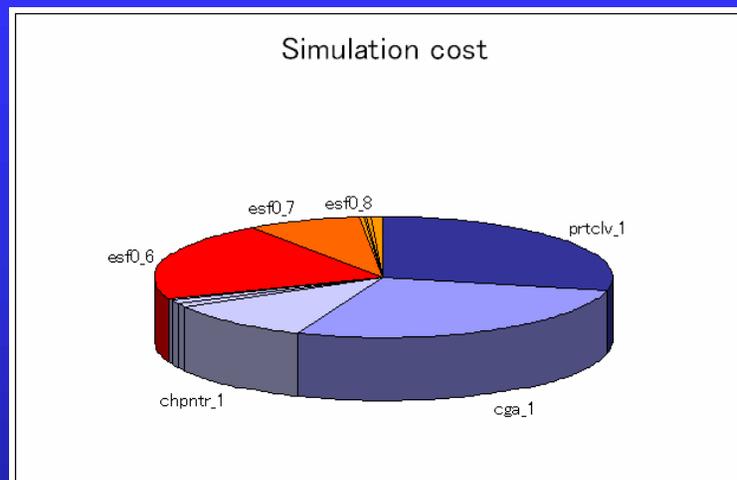
## ➤ 格子数の比較



## ➤ 計算時間の比較



## ➤ 計算コストの割合

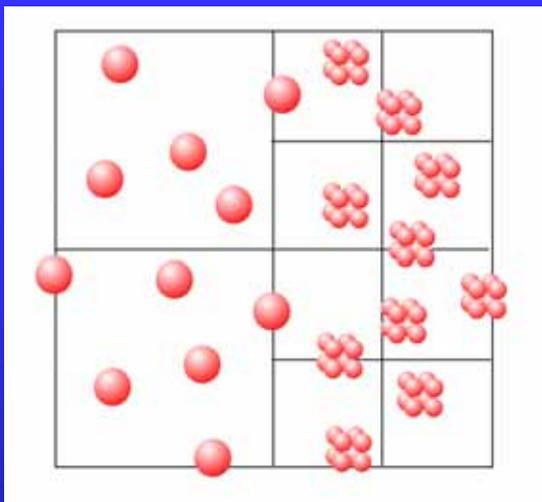


粒子に関する計算が全計算時間の約70%を占める。

効率の良い計算を行なうためには、超粒子の数を減らすことが必要不可欠である。

# 超粒子の分割

[Lapenta, 2002]

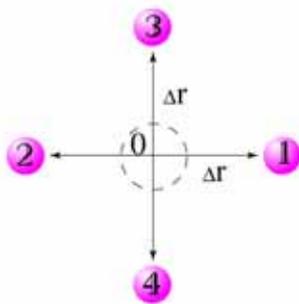


$$\frac{d\vec{v}_s}{dt} = \frac{q_s}{m_s} (\vec{E} + \vec{v}_s \times \vec{B})$$

分割前後で保存させる

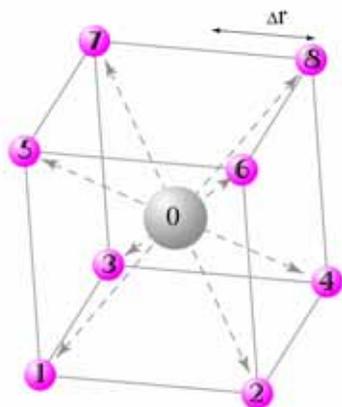
格子点上のモーメント ( $\rho_c, J$ )、全電荷・質量 ( $\Sigma\rho_c, \Sigma m$ )、粒子の全エネルギー ( $\Sigma mv^2/2$ )、粒子の分布関数 ( $f(v)$ )

2次元の場合

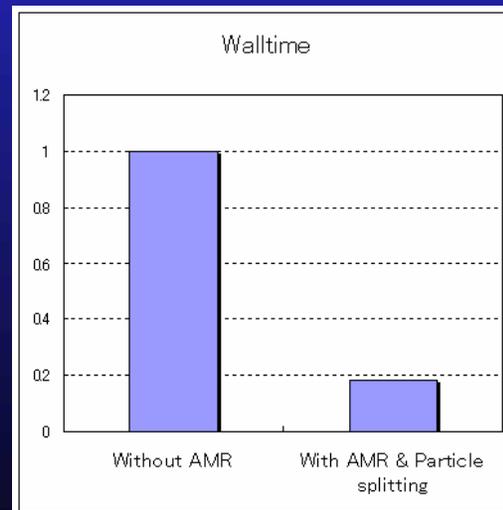


$$\vec{v}_j = \vec{v}_0 \quad (j = 1, 2, \dots, 8)$$

3次元の場合



➤ 計算時間の比較

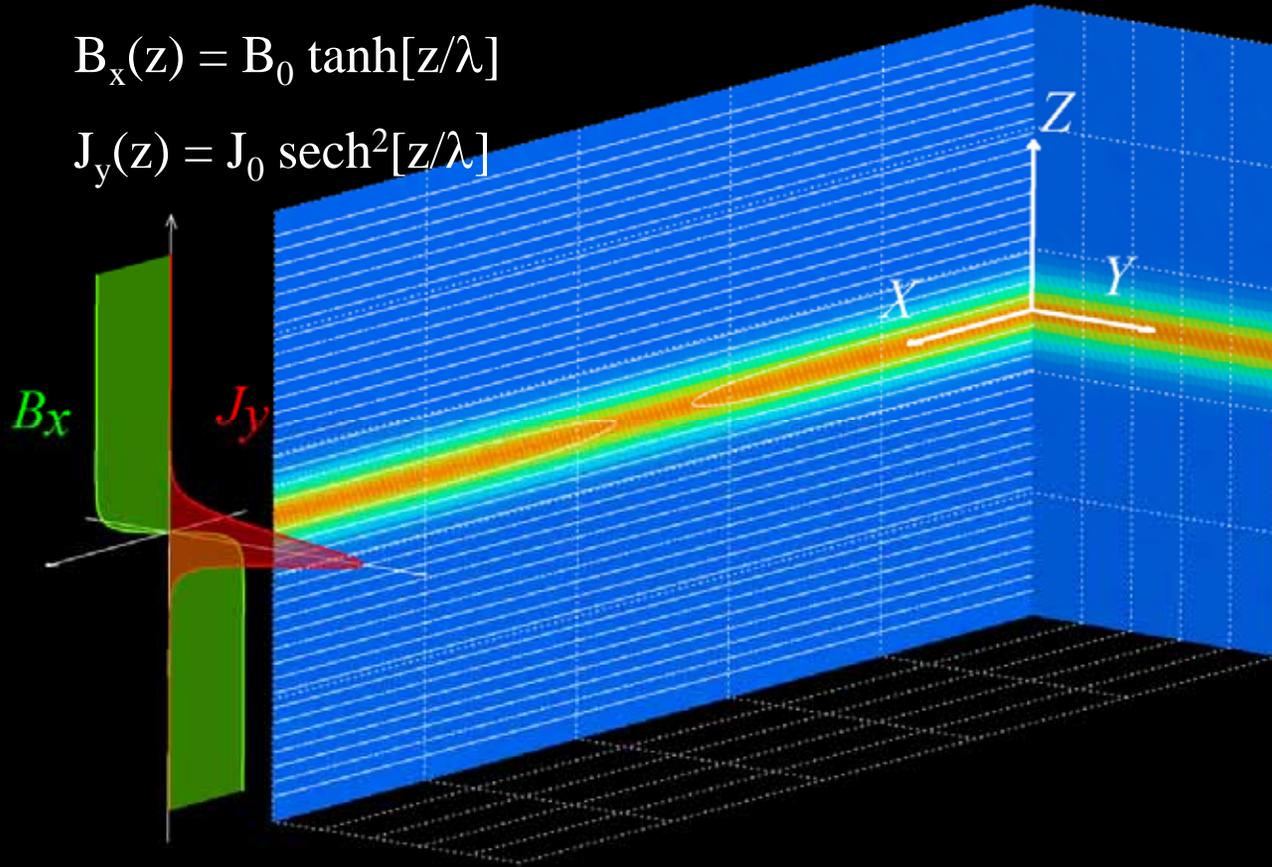


# テストシミュレーションの初期設定 (ハリス電流層)

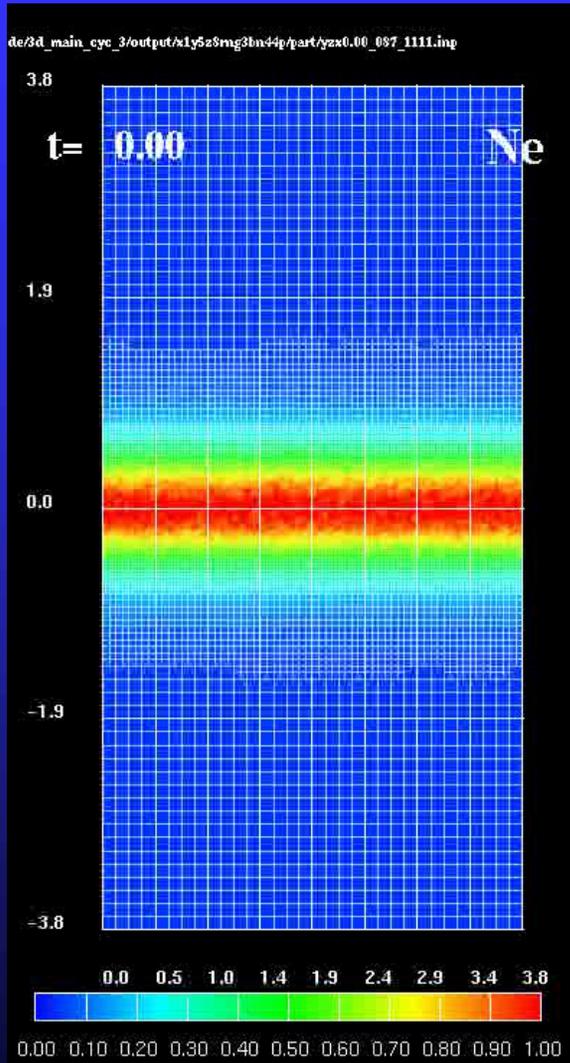
## Harris-type current sheet

$$B_x(z) = B_0 \tanh[z/\lambda]$$

$$J_y(z) = J_0 \operatorname{sech}^2[z/\lambda]$$



# LHDIの非線形発展



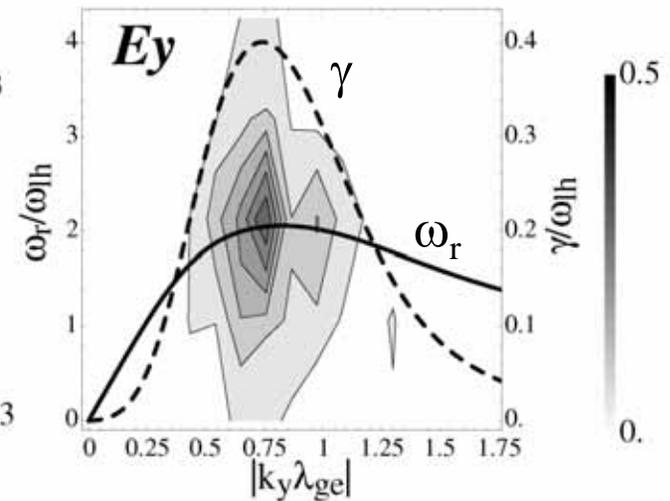
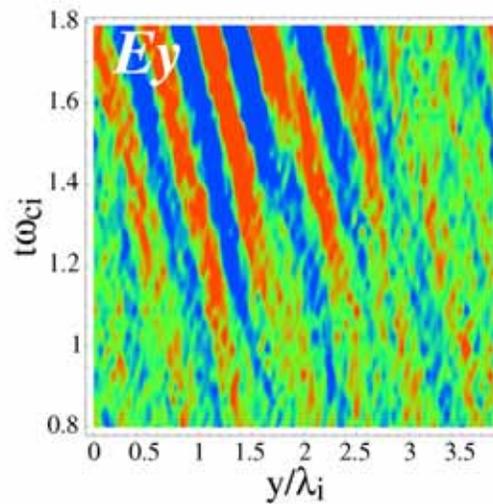
## Linear dispersion of the lower hybrid drift instability

$$1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} \left( 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{c^2 k^2} \right) - \frac{2\omega_{pi}^2}{k^2 v_i^2} \left( 1 + \frac{\beta_i}{2} \right) \frac{kV_i}{\omega - kV_e}$$

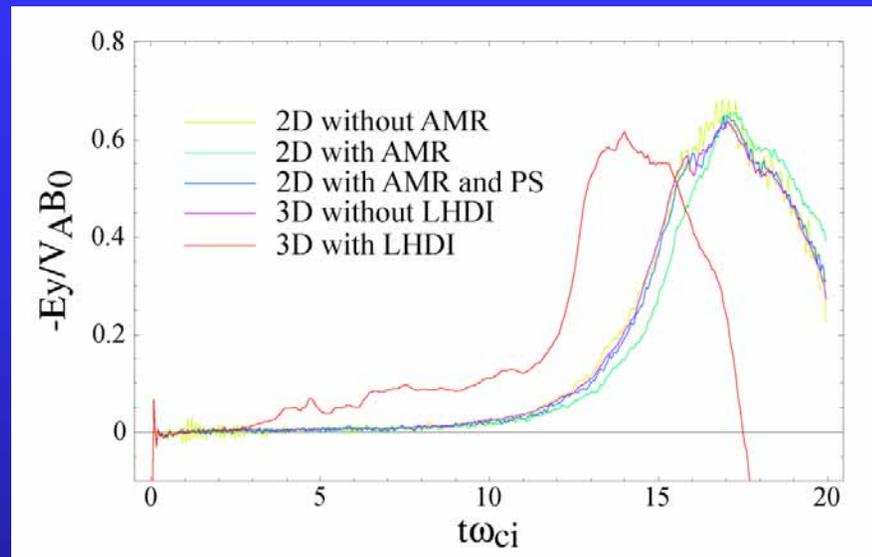
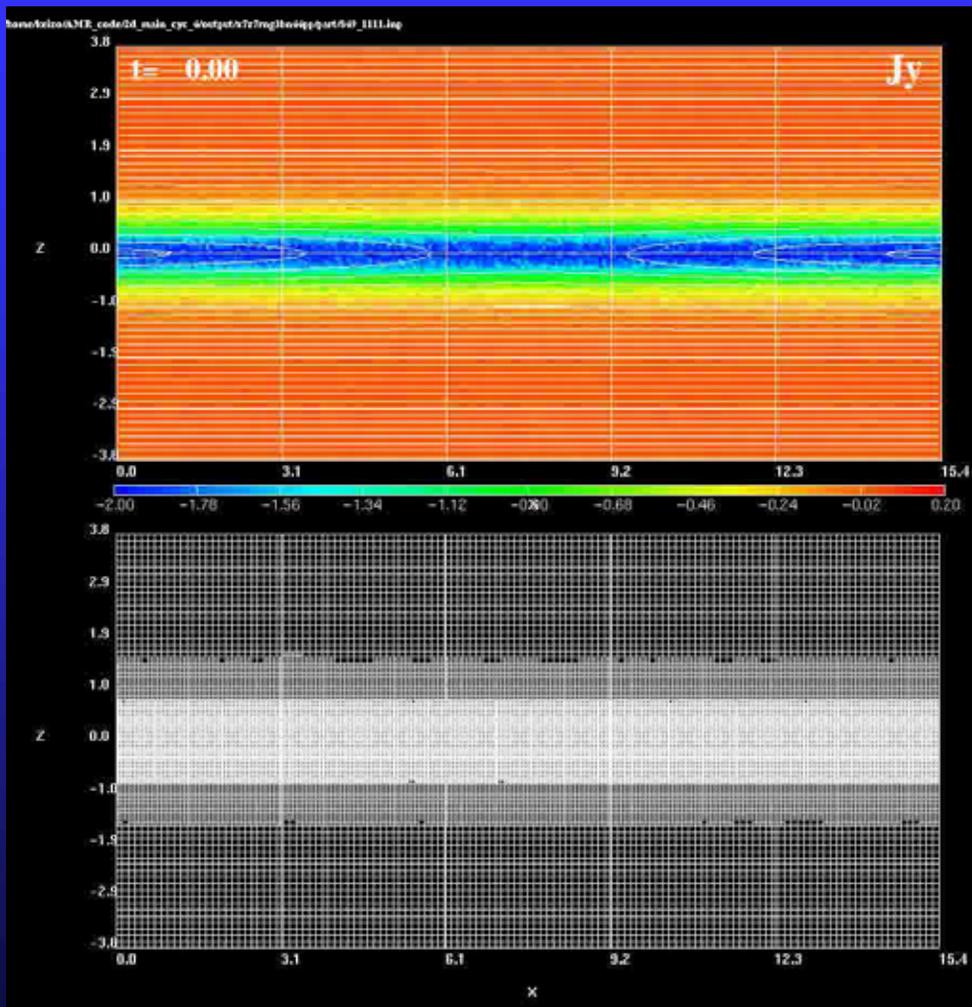
$$+ \frac{2\omega_{pi}^2}{k^2 v_i^2} [1 + \xi Z(\xi)] = 0$$

$$\xi = (\omega - kV_i)/kv_i$$

[Davidson et al., 1977]

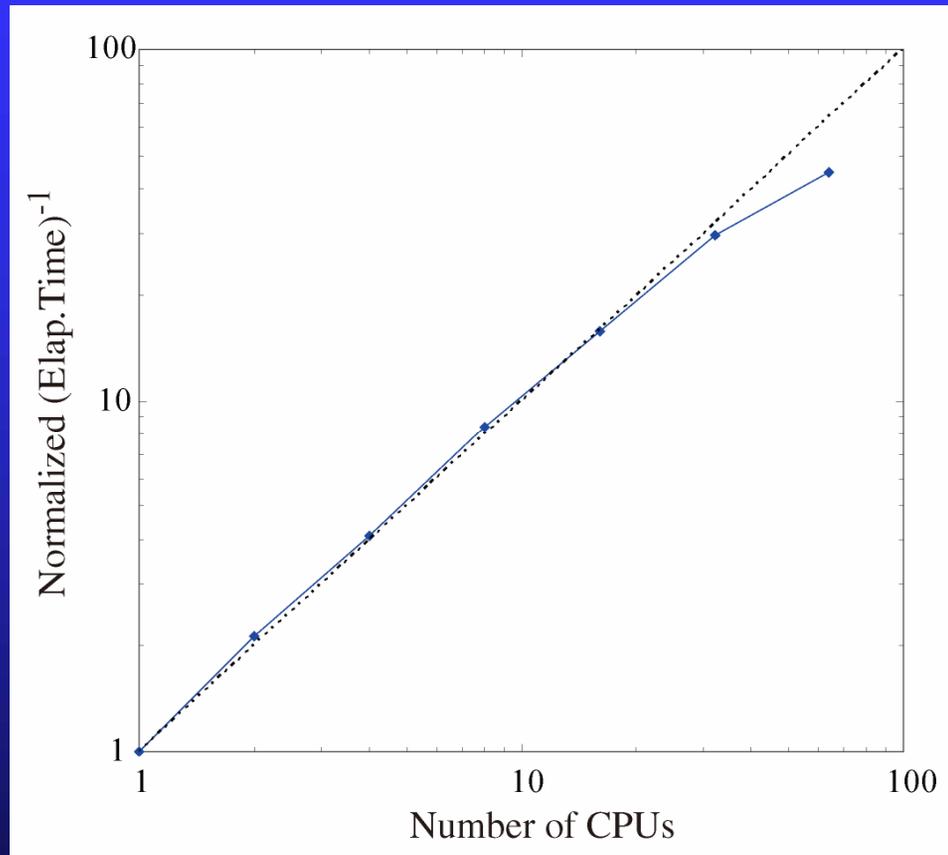


# 磁気リコネクション



大規模な3DシミュレーションではLHDIが励起するため、電流層の中心付近で電流密度が強化され、速い磁気リコネクションのonsetが早められる。[e.g., Scholer et al., 2003]

# 並列化効率



(The test was performed using the FUJITSU HPC2500.)

## まとめ

PIC (Particle-In-Cell) 法を用いた2次元・3次元電磁粒子コードにAMR (Adaptive Mesh Refinement) 法を適用することに成功した。

- 細分化格子は、電子のデバイ長が小さくなる場所だけでなく、電子スケールの構造が顕著になる場所にも適切に割り当てる必要がある。
- 格子数を減らすだけでは、実質的な計算効率の向上にはならない。AMR法と併せて、粒子分割(統合)法を適用することによってはじめて効率的な粒子シミュレーションが実現できる。
- コードの検証はLHDIとテアリング不安定性について過去の研究と比較することによって行った。
- OpenMPやMPIを用いて並列化することによって、計算速度が大幅に向上した。