谷川清隆 訳

Nature **386** (1997), 254-256

16 Cygni B を回る惑星軌道の離心率のカオス的変動

Chaotic variations in the eccentricity of the planet orbiting 16 Cygni B

Matthew Holman, Jihad Touma & Scott Tremaine

要約. 最近 16 Cyg B のまわりを回っている惑星[1] が発見されたが、 これは知られている惑星のうち最大の離心率 ($e = 0.67$) を持つ. 2 個以上の惑星がある場合には, 重力相互作用によって軌道が大きな離心率を獲得する可能性がないではないが[2,3], 星を取り巻く円盤からできる惑星はほぼ円軌道を持つと期待される. この論文では 16 Cyg Bb の離心率の大きな軌道が遠い伴星 16 Cyg A との重力相互作用から生じることを示唆する. 16 Cyg Bb が 16 Cyg A の軌道面から 45° ないし 135° 傾いた軌道面でほぼ円軌道上に形成したと仮定し, また 30 天文単位以内に木星程度の質量の惑星がないとすると, 16 Cyg Bb は小離心率と大離心率の間を振動する. これらの軌道間の移行は $10^7 - 10^9$ 年ごとに起こり, 惑星は生涯の 35 %を $e > 0.6$ で過ごす. これらの結果からすると, 連星系にいる惑星の場合, たいてい離心率の大きな期間やカオスの期間を持ち, また主星と衝突することもある.

惑星の運動方程式の数値積分によると離心率と軌道傾斜角は振動する (図 1). 短周期曲線は連星の近星点距離 $q_b = 100AU$ の場合であり, 長周期曲線は $q_b = 500AU$ の場合を表す. 振動周期にわたって離心率が滑らかにゼロから $e = 0.75$ まで増加し, またもとに戻る. 逆に軌道傾斜角は $i = 40°$ まで減少し, またもとに戻る. 振動の幅は数周期の間に少ししか変わらず, どちらの場合もほぼ一定である. 16 Cyg Bb は現在離心率の大きな位相にいると思われる.

図 1

もっとくわしく調べるために問題を簡単にする. 軌道の形および向きの進化は惑星や連星の軌道周期に比べてゆっくりである. だからガウス[4]にしたがって伴星を「均して」楕円のリングにし, このリングからの重力のもとでの惑星軌道の永年進化を計算する. ガウスの方法は直接計算より 4 桁ほど速く, しかも図 1 に示される軌道進化をよく再現する. 計算速度が速いおかげで, 惑星の進化を長くしかもパラメータ空間で広く調べることができる.

ガウスの方法を使って, 初期軌道半長径 $a_0 = 1.7AU$ および初期離心率 $e_0 = 0.001$ の 1000 個の「惑星」のふるまいを角度要素 (軌道傾斜角, 近点引数, 昇降点経度) の網目に分布させてシミュレーションを行なった. 各惑星は 10^4 連星周期または離心率が 0.99 を越すまで積分した. 図 2 に示したのは各惑星が得る最大の離心率と各生き残り惑星が $e > 0.6$ で過ごす存在時間割合を初期軌道傾斜角 i_0 の関数として描いたものである. $i_0 < 39°$ のとき, 最大離心率は小さいままである. $i_0 = 39°$ で突然変化し, 軌道傾斜角が増大すると最大離心率は 1 に近づく. また図 2 は高軌道傾斜角の惑星が生涯の 35 %を $e > 0.6$ で過ごし得ることを示している.

図 2

このふるまいは解析的に説明できる[6]. 惑星の地点における遠い伴星の時間平均ポテンシャルは次式で与えられる.

$$\Phi = \frac{GM_s}{4[a_b q_b(1+e_b)]^{3/2}}(2z^2 - x^2 - y^2)[1 + O(ae_b/q_b)] \tag{1}$$

ここで $x, y, z \approx a$ は惑星の直交座標と軌道半長径である. ただし中心は主星にとり, z は連星軌道に垂直にとる. M_s は伴星の質量, $a_b, e_b, q_b = a_b(1-e_b)$ は連星の軌道要素である. a/q_b の最低次だけを残しておくと, Φ は軸対称で, 連星の離心率はポテンシャルの数値係数にのみ影響を与え, 空間依存性には影響しない (だからポテンシャルの形は連星軌道が円であろうと放物軌道に近かろうと同じである). 次に Φ を惑星軌道上で平均する. この近似では, $\Theta = (1-e^2)\cos^2 i$ は運動の積分である (Kozai 積分). このモデルでは 1 自由度しか残らず, 相空間の軌跡は Φ のコントアに沿って動く. これらをうまく記述するには無次元運動量変数 $x = 1 - e^2$ とそれに共役な角度つまり近点引数 ω を使えばよい. 図 3 には $\Phi = 0.25(e = 0$ なら $i = 60°)$ の場合のコントアが示されている. 相空間は, 近点引数 ω が循環 (circulate) する領域と $\pi/2$ のまわりを秤動するに分かれる. $x = 1(e = 0)$ かつ $\omega = 0$ から出発する惑星を考えよう. 時間が経つと惑星の離心率は強制的に大きくなって $\omega = \pi/2$ のときに最大になり, その後もとの値に戻る. Θ は保存するから e が大きくなると i は小さくなり, その逆も成り立つ. 図 1 で観察できるのがこ

れである. Θ が増加すると (初期軌道傾斜角が減少すると), 秤動点は上に移動し, 秤動の島は小さくなる. $\Theta \geq 3/5$ では消滅する. すると軌跡は大きな離心率を持たなくなる. $e = 0$ では $\Theta = 3/5$ は $i = \cos^{-1}(3/4)^{1/2} = 39^\circ.2$ に対応し, 図 2 の遷移点に一致する.

図 3

平均化モデルの仮定を緩めると、 軌跡はコントアからさまよい出ることができる. 図 3 の散らばった点は図 1 の $q_b = 100AU$ の数値積分からのデータである. 平均操作はしておらず, Φ の項で落としたのは $O(ae_b/q_b) \approx 2\%$ なのに, 点はコントアからはずれない. セパラトリックスの近くで軌跡は circulation と秤動の間を行ったり来たりし得る. この交替がカオスの症状である. ここで示した軌跡は実際にカオス的であり, リャプーノフ時間は $\sim 9 \times 10^7$yr である. はじめに円だった軌道はすべてセパラトリックスの近くに来る. だから 16 Cyg Bb の軌道や似たような連星系で生まれた惑星の軌道はカオス的であろう.

平均化モデルを使えば, (1) 軌跡が達成する最大離心率や (2) 大離心率で過ごす時間の割合を見積もることができる. $\omega = 0$ における初期離心率と軌道傾斜角が与えられると, $\omega = \pi/2$ のときに e を計算して (1) が得られ, 振動周期の間に $e > 0.6$ で過ごす時間を積分して (2) が得られる. 図 2 の実線と破線は初期離心率 $e_0 = 0.001, 0.01, 0.1$ の場合のこの結果を示す. 初期軌道傾斜角 $i_0 > 39^\circ.2$ のときは最大離心率は e_0 にあまり依らず, $e = (1 - (5/3)\cos^2 i_0)^{1/2}$ で与えられる. 一方, $e > 0.6$ で過ごす時間は e_0 に鋭敏に依存する. 実際上は, 方程式 (1) の $O(ae_b/q_b)$ の項は離心率に小さな強制項を与え, それによって長期進化は e_0 の小さな値には鈍感になる. (連星系内の惑星の離心率振動のいくつかの局面を議論するモデルは独立に Mazeh et al.[11] と Innanen et al.[12] が議論している.)

いまやある与えられた値より離心率の大きな惑星を観測する確率を見積もることができる. 惑星の初期軌道面が連星の軌道面に関して乱歩的に分布しているとし, 惑星の軌道半長径は連星のものに比べてずっと小さいとすると, このような惑星を観測する確率は次式で与えられる.

$$P(e > e^*) = \int_0^{\pi/2} f(e^*, e_0, i_0) \sin i_0 di_0. \tag{2}$$

ここで $f(e^*, e_0, i_0)$ は $e > e^*$ で過ごす時間の割合である. e_0 が 0.001 と 0.2 の間にあるとすると, 適当な連星系の 10 %ないし 25 %の惑星は $e > 0.6$ のときに観測されることがわかる.

16 Cyg Bb の高離心率に関するわれわれの説明が正しいかどうかは互いに関連する 3 つの条件に依存する. まず, 惑星の軌道面と連星の軌道面が初期に相関を持ってはならない. これは

自然な仮定であろう．というのは, 連星内の太陽型の星の赤道面は連星の軌道半長径が 40 AU を越せば, 連星の軌道面と揃わないからである (参考文献 7)．この値は 16 Cyg の値よりずっと小さい．階層的三体系の内側と外側の軌道面には相関がある [8] が観測の選択効果によって $\leq 200yr(a \leq 34AU)$ の周期のものしか観測されない．これも 16 Cyg の値よりずっと小さい．第二に, 離心率振動の半周期は連星の年齢より小さいはずである．振動周期は Kozai 積分 Θ および相平面内での位置に依存し, およそ次式で与えられる．

$$
\begin{aligned}
P_{precess} &\approx P_{orb}\left(\frac{M_p}{M_s}\right)\left(\frac{a_b}{a}\right)^3(1-e_b^2)^{3/2} \\
&\approx 10^8 yr\left(\frac{P_{orb}}{1yr}\right)\left(\frac{a_b}{1000AU}\right)^{3/2}\left(\frac{q_b}{100AU}\right)^{3/2}\left(\frac{1AU}{a}\right)^3 .
\end{aligned} \tag{3}
$$

ここで P_{orb} は惑星の軌道周期, M_p は主星の質量である．二番目の式で $q_b/a_b = 1 - e_b \ll 1$ かつ $M_p \approx M_s$ と仮定した．これは対象となるほとんどの連星の年齢より小さい．

第三の条件は伴星が惑星の近点歳差 (apsidal precession) への主要な要素であることである．そうでなければ離心率へのその効果は近点が歳差運動するから平均でゼロになってしまう．歳差の時間 [5] は長いからこれは厳しい要請である．この要請が満たされなくなるのは, 歳差への効果として次に挙げるものがあるときである．(1) 仮想的な第二の惑星または主星に付随する円盤．質量 M_X の惑星または円盤による近点の歳差周期は $a_X \gg a$ においておよそ $1 \times 10^6 yr(P_{orb}/1yr)(a_X/10AU)^3(1AU/a)^3\ (M_{Jupiter}/M_X)$ である．これが (3) 式の周期を超えるなら, 16 Cyg B の惑星あるいは円盤の性質に強い制限を課せる．たとえば, 木星クラスの別の惑星が $\leq 30AU(a_b/1000AU)^{1/2}(q_b/100AU)^{1/2}$ には存在し得ない．(2) 一般相対論的効果．ニュートンの運動方程式への相対論的補正による近点の歳差周期は次で与えられる.[9]

$$
P_{gr} = \frac{2\pi c^2(1-e^2)a^{5/2}}{3(GM_p)^{3/2}} = 3.36 \times 10^7 yr(1-e^2)\left(\frac{P_{orb}}{1yr}\right)\left(\frac{a}{1AU}\right)\left(\frac{M_\odot}{M_p}\right). \tag{4}
$$

ここで c は光速, $M_\odot$ は太陽質量である．16 Cyg Bb の場合にこれが (3) 式の周期を超えるなら $(a_b/1000AU)(q_b/100AU) \leq 3$ でなければならない．

太陽系外惑星は連星系 55 Cancri$(a = 0.11AU, e = 0.051)$ や τ Bootis $(a = 0.0462AU, e \approx 0)$ にも存在する．なぜこれらの軌道は円に近いのか？主星からの潮汐力によって軌道が円に近づく時間は, おそらく, τ Boo では寿命より短く, 55 Cnc では長い (参考文献 10)．だから少なくとも 55 Cnc の場合は説明が必要である．たまたま 55 Cnc は離心率が小さい位相にいるというだけなのかもしれないが, もっとましな説明がある．55 Cnc の連星は $1150AU$ 離れている．$a_b = 1150AU, q_b = 337AU$(理論的な中央値の期待値 $e_b = 1/\sqrt{2}$), および $M_p = M_S = M_\odot$ を仮定すれば, $P_{precess} \approx 2 \times 10^{10} yr$ および $P_{gr} = 6.7 \times 10^4 yr$ を得る．だから相対論的歳差は伴星によって誘起されるものよりもずっと速く, たとえ別の惑星がなくとも高い離心率は発展し得ない．

離心率振動によってもうひとつ言えることは, 何らかの別のプロセスがない限り, 連星系の惑星の $\sim 1\%$(初期傾斜角が 90° のもの) は, いずれは主星に衝突してしまうことである．初期に乱歩的に傾いた軌道面上をほぼ円軌道で惑星が動けば, 最小近星点が $< q$ である割合は, われわれの解析的モデルでは $f = (6q/5a)^{1/2} = 0.075(q/R_\odot)^{1/2}(1AU/a)^{1/2}$ である．ただし $R_\odot$ は太陽半径である．しかしこの結果は相対論的効果を無視しており, この効果は離心率とともに急速に増大するから, 多くの系において永年進化を通して達成される離心率に上限を設ける．

参考文献

1. Cochran, W.D., Hatzes, A.P., Butler, R.P., & Marcy, G.W. *Bull. Am. Asron. Soc.* **28** (1996), 1111.
2. Weidenschilling, S.J. & Marzari, F. *Nature* **384** (1996), 619-621.
3. Rasio, F.A. & Ford, E.B. *Science* **274** (1996), 954-956.
4. Gauss, K.F. in *Collected Works* Vol.3 (1818), 331.
5. Touma, J. & Tremaine, S. *Icarus* (submitted).
6. Kozai, Y. *Astron. J.* **67** (1962), 591-598.
7. Hale, A. *Astron. J.* **107** (1994), 306-332.
8. Fekel, F.C. *Astrophys. J.* **246** (1981), 879-898.
9. Weinberg, S. *Gravitation and Cosmology* 194(Wiley, New York, 1972).
10. Rasio, F.A., Tout, C.A. Lubow, S.H. & Livio, M. *Astrophys. J.* **470** (1996), 1187-1191.
11. Mazeh, T., Krymolowski, Y. & Rosenfeld, G. *Astrophys. J.*(submitted).
12. Innanen, K.A., Zheng, J.Q., Mikkola, S. & Valtonen M.J. *Astron. J.*(submitted).