谷川清隆 訳

Trudy Inst. Theor. Astron. SSSR **14** (1969), 48-84

地球軌道要素の永年摂動と気候変動の天文学理論

Secular perturbations in the elements of the Earth's orbit and the astronomical theory of climate variations

S. G. Sharaf and N. A. Budnikova

要約

この論文では気候変動の天文学理論の第二段階の結果を扱う[1]．地球軌道要素の永年変化に依存して地球の受ける太陽放射の変化に関する問題を考察する．気候変動の天文学理論の理論的基礎について述べる．地球軌道要素の永年変化を 1950.0 の 3 百万年前から百万年後まで表にした．南北両半球の緯度 65° における太陽放射の永年的ふるまいを同じ期間に対して (標準的単位で) 表およびグラフの形で説明し，また 3 千万年前から百万年後まではグラフで説明する (等価緯度で)．大気上端への日射量の変動と陸地の平均的高さでの気温変動の関係を調べる．

序

天文学的な要因の変化によって地球の気候が変動する問題は天文学者や数学者の興味を惹いてきた．Meach, Croll, Boll, Hargreaves やその他の人々が気候変動と太陽に相対的な地球軌道の形や位置の変化との関係を樹立しようと努力してきた．ただユーゴスラビアの天文学者 M. ミランコビッチだけがそのほとんどの生涯をこの問題に捧げ (最初の仕事が 1913 年で最後の仕事が 1957 年), 太陽放射と 3 つの天体力学的要因 – 黄道傾斜角, 地球軌道の離心率と近日点経度 – によって惹き起こされる地球の気候変動の組織だった天文学理論を打ち立てることに成功した．

太陽定数および地球の公転周期は永年変動の小さい量なので，この理論では一定とみなされる．ある期間の気候変動の特徴として M. ミランコビッチが考えたのは，その期間において熱的半年の間にある指定した緯度の地表の単位面積あたりに照射する太陽放射量である．熱的半年とは夏の任意の日に緯度 φ の単位面積で得られる熱量が，冬の任意の日に同じ場所で得られる熱量を越えるという条件で定義される．

地質時代のある年の熱的半年の間に緯度 φ の単位面積に入射する全放射と，現代の熱的半年の間に同じ場所で受け取る全放射を比較すれば，地質時代のその年に得た熱量が現代より多かったのか少なかったのか，つまりこの間に気候変動があったのかどうかを判断することができる．

[1] 第一段階の結果は ITA Bulletin Vol.11, No.4(1967), 127 に発表した．

M. ミランコビッチ (Milankovitch, 1939, 1941) は, V. ミシコビッチ (Mishkovitch, 1931) の計算した地球軌道の永年摂動要素から出発して, 1800 年以前の 60 万年間に地球が太陽から受ける放射の変化の表と図を作った. M. ミランコビッチの結果を最近 Woerkom(1958) が地球軌道要素の永年摂動の新しいデータ (Brouwer & Woerkom, 1950) を使って計算しなおした. 彼は 1950 年以前の百万年間の南北半球の緯度 $65°$ における夏の日射量曲線を作った.

ソ連地質学研究所 (VSEGEI) のイニシャチブのもと, ソ連科学アカデミー理論天文学研究所 (ITA) で実行されているさらに進んだ気候の天文学理論研究はもっと長期にわたる日射量の計算を目指している.

この研究の第一段階は理論の天文学的基礎の準備であった. この部分を詳しく述べることはしない. 基本的結果は著者らの論文 (Sharaf & Budnikova, 1967) で出版されている. ただ次のことを指摘しておこう. 我々は, 地球軌道の離心率と軌道傾斜角の 2 次までの精度で歳差の三角関数公式を導き, 積分定数と係数を決定した. その際, 天文定数は国際天文連合の値を使い, Brouwer & Woerkom(1950) の惑星軌道の永年摂動論を使った. また, 1950 年以前の 3 千万年間にわたって 5 千年ごとに, 黄道傾斜角, 地球軌道の離心率と近点経度の摂動値を得た.

今回の研究では気候変動の天文学理論の第二段階の基本結果を述べる. すなわち, 1950 年以前の 3 千万年間の南北両半球の緯度 $65°$ の大気上端における日射量の見積もりである. その際, 日射量の基本公式を導くこと, 最も影響力の大きな周期を明らかにすること, 補助的定数の決定, および我々の結果と先行結果の比較に多大の注意をはらった. また強調したいのは, 計算した放射のふるまいと観測される平均気温との関係を打ち立てる努力をしたことである.

M. ミランコビッチは不可避の簡単化のあとで理論的に, 大気上端の日射量変動と陸地の平均的な高度における気温変動の間に簡単な相関を得た. M. ミランコビッチによれば, 気温変動は日射量変動に正比例する. 国内外の研究者の何人かは, M. ミランコビッチの求めた比例係数は大きすぎると考えており, したがって天文学的な要因による日射量変動は気候変動に大きな意味を持たないと考えている. これらの著者はふつう Simpson(1940) を引用する. 我々の示したところによると, Simpson の研究は相矛盾する仮定を含んでおり, したがって気温変動が $1.5 - 2°.0$ を越えないとする彼の帰結はまったく正しいとは云えない.

われわれの計算によれば, 夏の気温の変動に対して得られた係数は M. ミランコビッチのデータとよく一致する. 冬半年の場合, 係数は夏に比べて半分である (M. ミランコビッチでは夏も冬も同一の比例係数であった). これらのデータを基に, 最近の 3 百万年の間に夏の気温は $5 - 6°$, 冬の気温は $2 - 3°$ 上がったり下がったりしたと主張できる.

この論文は 3 つの章と補遺から成っている.

I 章では気候変動の天文学理論の問題点を説明する.

II 章では過去 3 千万年間, 未来百万年間の両半球の緯度 $65°$ における夏と冬の日射量の見積もりを行なう. またいくつかの図や級数を出す.

III 章では Simpson の研究を批判的に検討し, 大気上端における日射量変動と陸地の平均的高さにおける気温変動の関係を確立する.

説明のために, 日射量の永年的ふるまいのグラフを与える.

著者は心からの感謝の気持ちを, この仕事に注目してくれた VSEGEI, A.V. Khabakov, G.C. Ganeshin, I.I. Krasnov および V.A. Zubakov に, また計算の補助をしてくれグラフを描いてくれた科学アカデミー理論天文学研究所 (ITA) の同僚 P.K. Sadriev に捧げる.

I. 気候変動の天文学理論の基本的発想

1. 天文学的1年における太陽放射量

W を時刻 t_1 から t_2 までに地表の緯度 φ の単位面積が受ける平均放射量とし, w を同じ緯度で単位面積あたり受ける放射の年間の平均的ふるまいとすると,

$$W = \int_{t_1}^{t_2} w dt. \tag{1}$$

w を決める式として, M. ミランコビッチ (1939) は次の式を与えた.

$$w = \frac{1}{\pi}\frac{J_0}{\rho^2}(\psi_0 \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \sin\psi_0).$$

ただし

$$\begin{array}{ccl} J_0 & - & \text{太陽定数,} \\ \varphi & - & \text{緯度,} \\ \rho & - & \text{太陽の動径ベクトル,} \\ \delta & - & \text{太陽の赤緯,} \end{array}$$

$$\cos\psi_0 = -\tan\varphi \tan\delta. \tag{2}$$

$-\psi_0$ と $+\psi_0$ は緯度 φ において太陽に照らされる部分と照らされない部分を分ける境界を示し, 子午線の位置を決める. 太陽は子午線 $\psi = 0$ にある. 緯度 φ において照らされる部分は $2\psi_0$ の幅である.

式 (1) は次の形に書ける.

$$W = \frac{1}{\pi}\int_{t_1}^{t_2} \frac{J_0}{\rho_2}(\psi_0 \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \sin\psi_0)dt. \tag{3}$$

次の関係式を使う.

$$\rho^2 \frac{d\lambda}{dt} = \frac{2\pi a^2}{T}\sqrt{1-e^2}. \tag{3$'$}$$

ただし

$$\begin{array}{ccl} a = 1 & - & \text{地球の軌道半長径,} \\ \lambda & - & \text{太陽の経度,} \\ T & - & \text{地球の公転周期,} \\ e & - & \text{地球の軌道離心率.} \end{array}$$

この式を使うと, (3) 式の独立変数は t から λ になる. 積分範囲は t_1, t_2 から λ', λ'' に変わる. こうして

$$W = \frac{1}{2\pi^2}\int_{\lambda'}^{\lambda''} \frac{TJ_0}{\sqrt{1-e^2}}(\psi_0 \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \sin\psi_0)d\lambda. \tag{4}$$

ψ_0 を δ と λ で表すために次の公式を利用する.

$$\sin\delta = \sin\varepsilon\sin\lambda, \quad \cos\psi_0 = -\tan\varphi\tan\delta.$$

ここで ε は黄道傾斜角である.

これから述べる理論では, T と J_0 は一定とみなす. 離心率 e と黄道傾斜角 ε は狭い範囲で変化する (e は 0 から 0.067 まで, ε は $22^\circ.068$ から $24^\circ.568$ まで)(Sharaf & Budnikova, 1967). したがって (4) 式を積分するときに e の 2 次は無視できる. また $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$ と置き, W を $\Delta\varepsilon$ の巾で展開し, $\Delta\varepsilon$ に関し 1 次の項だけを考慮すればよい. こうして

$$W = W_0 + \frac{\partial W}{\partial\varepsilon}\Delta\varepsilon \tag{5}$$

となる.

W_0 は (4) 式で決まるが, 積分を実行するときには T, J_0, e, ε は λ に依存しない, つまり時間に依存しない量と考える.

次の条件が成り立つ.

$$\frac{\partial w}{\partial\psi_0} = 0, \quad \frac{\partial\delta}{\partial\varepsilon} = \cot\varepsilon\tan\delta.$$

これを考慮して次を得る.

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial\varepsilon} = \; & \frac{TJ_0}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}\left[\int_{\lambda'}^{\lambda''}(\psi_0\sin\varphi\cos\delta - \cos\varphi\sin\delta\sin\psi_0)\cot\varepsilon_0\tan\delta d\lambda\right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial\lambda''}{\partial\varepsilon} - \frac{\partial\lambda'}{\partial\varepsilon}\right)\int_{\lambda'}^{\lambda''}(\psi_0\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\sin\psi_0)d\lambda\right].\end{aligned} \tag{6}$$

(4) および (6) 式によれば, φ を $-\varphi$ に置き換え, λ を $\lambda+\pi$ に置き換えても (対応して λ', λ'' を $\lambda'+\pi, \lambda''+\pi$ に置き換える), W の値は変わらない. これから判るとおり, 緯度 φ において太陽が黄道上 λ' から λ'' までの弧を動くときに受け取る放射量は, 緯度 $-\varphi$ において太陽が $\lambda'+\pi$ から $\lambda''+\pi$ までの弧を動くときに受け取る放射量に等しい.

いろいろな天文学的な季節に指定した緯度 φ において単位面積あたりに受け取る熱量 W を決定する問題に移ろう. $W_I, W_{II}, W_{III}, W_{IV}$ をそれぞれ春, 夏, 秋, 冬に北半球の緯度 φ の単位面積が受け取る熱量 W の値とする.

W の値を決定するためには緯度 φ が極域外にあるか極域にあるかに応じて 2 つの場合を考えなければならない.

<u>極域外</u>. 極域外では太陽は一年中, 地平線からの出没を繰り返す. 天文学的春の間に, 太陽の経度は 0° から 90° に, 夏の間に 90° から 180° に移る. したがって, (4) と (6) 式で W_I を決めるには, λ' を 0 に, λ'' を $\pi/2$ に置き換え, W_{II} を決めるには λ' を $\pi/2$ に, λ'' を π に置き換えなければならない. すると $W_I = W_{II}$ であることが判る. $W_s = W_I + W_{II}$ を天文夏半年の放射とすれば次を得る.

$$\begin{aligned}W_s = \; & \frac{TJ_0}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}\int_0^{\pi/2}(\psi_0\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\sin\psi_0)d\lambda \\ & + \frac{\pi}{180^\circ}\frac{TJ_0}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}\left[\int_0^{\pi/2}(\psi_0\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\sin\psi_0)d\lambda\right. \\ & \left. - \cos\varphi\int_0^{\pi/2}\frac{\sin\psi_0}{\cos\delta}d\lambda\right]\cot\varepsilon_0(\Delta)^\circ.\end{aligned} \tag{7}$$

W_{III} と W_{IV} を決めるには, (4) および (6) 式で積分範囲をそれぞれ秋なら π と $\frac{3}{2}\pi$ に, 冬なら $\frac{3}{2}\pi$ と 2π に変えればよい. $W_{III} = W_{IV}$ に注意しながら, いくらか計算すれば, 天文冬半年における放射

$$W_w = W_{III} + W_{IV}$$

として次を得る.

$$W_w = W_s - \frac{TJ_0}{\pi\sqrt{1-e^2}}\left[\sin\varphi\sin\varepsilon_0 + \frac{\pi}{180^\circ}\sin\varphi\cos\varepsilon_0(\Delta\varepsilon)^\circ\right]. \tag{8}$$

<u>極域</u>. 北極域では関係式 $\varphi > \frac{\pi}{2} - \varepsilon$ が満たされ, 南極域では $\varphi < -\frac{\pi}{2} + \varepsilon$ が満たされる. ここでは, 太陽が出没する場合, 太陽が沈まない場合, 太陽が出現しない場合がある. 太陽の南中と北中の高度は次式で決まる.

$$\left.\begin{aligned} h_u &= \frac{\pi}{2} - \varphi + \delta, \\ h_l &= \varphi + \delta - \frac{\pi}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

したがって太陽が出没する日には次式が成り立つはずである.

$$h_u > 0, \quad h_l < 0,$$

すなわち

$$-\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) < \delta < \frac{\pi}{2} + \varphi.$$

太陽が沈まない日には

$$h_l > 0, \quad \delta > \tfrac{\pi}{2} - \varphi.$$

太陽が昇らない日には

$$h_u < 0, \quad \delta < -\tfrac{\pi}{2} + \varphi.$$

春の間に赤緯 δ は次のように変化する. 太陽が出没する日には $\delta_1 = 0$ から $\delta_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi$ まで動く. 対応して同じ期間に太陽は経度で $\lambda' = 0$ から $\lambda'' = \lambda_1$ まで動く. ただし

$$\sin\lambda'' = \frac{\sin\delta_2}{\sin\varepsilon} = \frac{\cos\varphi}{\sin\varepsilon},$$
$$\lambda'' = \lambda_1 < \frac{\pi}{2}.$$

太陽が沈まない日には, 赤緯 δ は $\delta_1' = \frac{\pi}{2} - \varphi$ から $\delta_2' = \varepsilon$ まで動き, 対応して $\lambda' = \lambda_1$ から $\lambda'' = \frac{\pi}{2}$ まで動く.

天文夏の場合, 太陽が沈まない日には

$$\delta_1' = \varepsilon, \quad \delta_2' = \tfrac{\pi}{2} - \varphi; \quad \lambda' = \tfrac{\pi}{2}, \quad \lambda'' = \pi - \lambda_1,$$

太陽が出没する日には

$$\delta_1 = \tfrac{\pi}{2} - \varphi, \quad \delta_2 =; \quad \lambda' = \pi - \lambda_1, \quad \lambda_2'' = \pi,$$

天文秋の場合, 太陽が出没する日には

$$\delta_1 = 0, \quad \delta_2 = -\tfrac{\pi}{2} + \varphi; \quad \lambda' = \pi, \quad \lambda'' = \pi + \lambda_1,$$

太陽が昇らない日には

$$\delta_1'' = -\tfrac{\pi}{2} + \varphi, \quad \delta_2'' = -\varepsilon; \quad \lambda' = \pi + \lambda_1, \quad \lambda_2'' = \tfrac{3}{2}\pi,$$

天文冬の場合, 太陽が昇らない日には

$$\delta_1'' = -\varepsilon, \quad \delta_2'' = -\tfrac{\pi}{2} + \varphi; \quad \lambda' = \tfrac{3}{2}\pi, \quad \lambda'' = 2\pi - \lambda_1,$$

太陽が出没する日には

$$\delta_1 = -\tfrac{\pi}{2} + \varphi, \quad \delta_2 = 0; \quad \lambda' = 2\pi - \lambda_1, \quad \lambda'' = 2\pi.$$

(4) および (6) 式に上で得られた積分限界 λ' と λ'' を代入し, 太陽が沈まない日には $\psi_0 = \pi$ であり, 太陽が昇らない日には $\psi_0 = 0$ であることを考慮すれば, 北極域の緯度 φ では以下の熱量を受け取る.

$$\begin{aligned} W_s = \; & \frac{TJ_0}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}\left[\int_0^{\lambda_1}(\psi_0\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\sin\psi_0)d\lambda + \pi\sin\varphi\sin\varepsilon\cos\lambda_1\right] \\ & + \frac{TJ_0}{\pi\sqrt{1-e^2}180^\circ}\cot\varepsilon(\Delta\varepsilon)^\circ\left[\int_0^{\lambda_1}(\psi_0\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\sin\psi_0)d\lambda\right. \\ & \left. \qquad + \pi\sin\varphi\sin\varepsilon\cos\lambda_1 - \cos\varphi\int_0^{\lambda_1}\frac{\cos\psi_0}{\cos\delta}d\lambda\right], \end{aligned} \tag{10}$$

$$W_w = W_s - \frac{TJ_0}{\pi\sqrt{1-e^2}}\sin\varphi\sin\varepsilon - \frac{TJ_0}{\pi\sqrt{1-e^2}180^\circ}\sin\varphi\cos\varepsilon(\Delta\varepsilon)^\circ. \tag{11}$$

すでに指摘したとおり, $\sin\lambda_1 = \frac{\cos\varphi}{\sin\varepsilon}$ であり, $\Delta\varepsilon$ は度で表されている. W_s および W_w の初期値を W_s^0 および W_w^0 で表し, $\Delta\varepsilon$ の係数を ΔW_s および ΔW_w で表す. すると

$$\left.\begin{aligned} W_s &= W_s^0 + \Delta W_s\Delta\varepsilon, \\ W_w &= W_w^0 + \Delta W_w\Delta\varepsilon. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

極域外に対しては, 式 (7) と (8) より次を得る.

$$\left.\begin{aligned} W_s^0 &= \frac{TJ_0}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}\int_0^{\pi/2}(\psi_0\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\sin\psi_0)d\lambda, \\ W_w^0 &= W_s^0 - \frac{TJ_0}{\pi\sqrt{1-e^2}}\sin\varphi\sin\varepsilon \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

および

$$\left.\begin{aligned} \Delta W_s &= \frac{\pi}{180^\circ}\cot\varepsilon\left[W_s^0 - \frac{TJ_0\cos\varphi}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}\int_0^{\pi/2}\frac{\sin\psi_0}{\cos\delta}d\lambda\right], \\ \Delta W_w &= \Delta W_s - \frac{\pi}{180^\circ}\cot\varepsilon(W_w^0 - W_s^0). \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

極域に対しては (10) と (11) 式より次を得る.

$$\left.\begin{aligned} W_s^0 &= \frac{TJ_0}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}\left[\int_0^{\lambda_1}(\psi_0\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\sin\psi_0)d\lambda+\pi\sin\varphi\sin\varepsilon\cos\lambda_1\right], \\ W_w^0 &= W_s^0-\frac{TJ_0}{\pi\sqrt{1-e^2}}\sin\varphi\sin\varepsilon, \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

および

$$\left.\begin{aligned} \Delta W_s &= \frac{\pi}{180^\circ}\cot\varepsilon\left[W_s^0-\frac{TJ_0\cos\varphi}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}\int_0^{\lambda_1}\frac{\sin\psi_0}{\cos\delta}d\lambda\right], \\ \Delta W_w &= \Delta W_s-\frac{TJ_0}{180^\circ\sqrt{1-e^2}}\sin\varphi\cos\varepsilon, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

または

$$\Delta W_w=\Delta W_s+\frac{\pi}{180^\circ}\cot\varepsilon(W_w^0-W_s^0).$$

J_0 と T に関する我々の仮定のもとでは, $W_s^0, W_w^0, \Delta W_s^0$ および ΔW_w^0 は緯度が与えられれば一定である. (13)-(16) 式からこれらを計算するためには, M. ミランコビッチがしたように, 非積分関数を小さな量の巾級数に展開すればよい. ただこの巾級数は φ が大きくなると収束が遅くなるので, 何らかの求積法を使う方が目的に叶っている.

(13)-(16) 式は北半球の緯度 φ に対するものである. 公式 (4) と (6) から出発して (13)-(16) を出したけれども, 上で指摘したとおり, この式で φ を $-\varphi$ に, λ を $\lambda+\pi$ に置き換えても W の値は変わらない. このことから, 南半球の任意の緯度の単位面積が南半球の天文夏半年に受け取る放射は, 北半球の同じ緯度の単位面積が北半球の天文夏半年に受け取る放射とまったく同じであると言える. この状況は天文冬半年についても成り立つ.

したがって, 南半球の緯度 φ において単位面積が天文夏および冬半年に受け取る放射を $\overline{W}_s$ および $\overline{W}_w$ と表せば,

$$\left.\begin{aligned} \overline{W}_s &= W_s^0+\Delta W_s\Delta\varepsilon, \\ \overline{W}_w &= W_w^0+\Delta W_w\Delta\varepsilon. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

緯度 φ の単位面積が 1 年間に受け取る放射量は

$$W_T=W_s+W_w=W_s^0+W_w^0+(\Delta W_s+\Delta W_w)\Delta\varepsilon.$$

(17) により,

$$\overline{W}_T=W_T.$$

(17) 式に入っている $W_s^0, W_w^0, \Delta W_s, \Delta W_w$ は (13)-(16) 式から決まる.

ただし注意すべきは, $W_s=\overline{W}_s$ かつ $W_w=\overline{W}_w$ ではあるけれども, 北半球と南半球では同一の緯度でも各天文半年における温度条件が異なることである. ケプラーの第二法則によれば, 楕円の同じ長さの弧を太陽が動くに要する時間は楕円上の場所によって異なる. 実際, 現在では夏の日に入射する熱は北半球の方が南半球より少ない.

北半球の天文夏半年と冬半年の継続時間を T_s および T_w と表し, 南半球の対応する量を $\overline{T}_s$ および $\overline{T}_w$ と表すことにする.

明らかに

$$T_s+T_w=T, \quad \overline{T}_s=T_w, \quad \overline{T}_w=T_s.$$

地球の軌道離心率 e の 1 次までの精度で次のように書ける.

$$\left.\begin{aligned} T_s &= \frac{1}{2}T\left(1+\frac{4e}{\pi}\sin\Pi\right), \\ T_w &= \frac{1}{2}T\left(1-\frac{4e}{\pi}\sin\Pi\right), \\ T_s - T_w &= T\frac{4e}{\pi}\sin\Pi. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

ここで Π は春分点から測った地球軌道の近日点経度である.

(12) および (17) 式は (13)-(16) 式と併せて, 地質学的過去および未来の任意の年に北半球または南半球の与えられた緯度の単位面積が天文半年に受け取る熱量を計算できる. その際, $W_s, W_w, \overline{W}_s, \overline{W}_w$ は黄道傾斜角 ε の変化の関数であり, また与えられた緯度および与えられた半年に関しては一定の量である.

しかし地質学的過去からある 1 年を選んで (12) および (17) 式から $W_s, W_w, \overline{W}_s, \overline{W}_w$ を計算して現在の値 $W_s^0, W_w^0, \overline{W}_s^0, \overline{W}_w^0$ と比較しても気候変動の特徴をとらえていない. というのは, これらの量は天文半年の間に緯度 φ が受け取る熱量を与えるのであるが, (18) 式が示すように, 夏半年および冬半年のは長さが違うのである. その上, (18) 式には e と Π が入っており, これらは時間とともに変化するのである. したがって天文半年の長さも一定にとどまってはいない. このように, $W_s, W_w, \overline{W}_s, \overline{W}_w$ および $W_s^0, W_w^0, \overline{W}_s^0, \overline{W}_w^0$ は異なる長さの期間にわたる放射量を与え, その時間変化は与えられた緯度の気候変動を十分よく特徴づけるとは言いがたい.

比較のために別の量を導入できる. それは太陽放射平均強度である. 北半球のある選ばれた緯度における天文夏および冬半年の太陽放射の平均強度 w_s および w_w は次式で定義される.

$$w_s = \frac{W_s}{T_s}, \quad w_w = \frac{W_w}{T_w}.$$

同様に南半球に対しては

$$\overline{w}_s = \frac{\overline{W}_s}{T_s}, \quad \overline{w}_w = \frac{\overline{W}_w}{T_w},$$

あるいは

$$\overline{w}_w = \frac{W_s}{T_w}, \quad \overline{w}_s = \frac{W_w}{T_s}.$$

(12) および (18) 式を利用し, 離心率 e および黄道傾斜角の変化 $\Delta\varepsilon$ の 1 次の項に制限して次を得る.

$$\left.\begin{aligned} w_s &= \frac{2}{T}W_s^0\left(1+\frac{\Delta W_s}{W_s^0}\Delta\varepsilon - \frac{4}{\pi}e\sin\Pi\right), \\ w_w &= \frac{2}{T}W_w^0\left(1+\frac{\Delta W_w}{W_w^0}\Delta\varepsilon + \frac{4}{\pi}e\sin\Pi\right), \\ \overline{w}_s &= \frac{2}{T}W_s^0\left(1+\frac{\Delta W_s}{W_s^0}\Delta\varepsilon + \frac{4}{\pi}e\sin\Pi\right), \\ \overline{w}_w &= \frac{2}{T}W_w^0\left(1+\frac{\Delta W_w}{W_w^0}\Delta\varepsilon - \frac{4}{\pi}e\sin\Pi\right). \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

(19) 式によれば, 黄道傾斜角の変化は, 北または南半球の選ばれた緯度においてそれぞれの夏または冬天文半年の平均放射強度に同じ影響を与える. 2 種類の天文半年の継続時間の差は $e\sin\Pi$ に比例し, その継続時間の変化は異なる半球に逆の影響を与える.

こうして南北両半球の同一の緯度は, それぞれの天文夏または冬半年に異なる平均放射強度を受け取る. 年平均放射強度は

$$\left.\begin{aligned} w_T &= \frac{1}{T}(W_s + W_w) = \frac{1}{T}[W_s^0 + W_w^0 + (\Delta W_s + \Delta W_w)\Delta\varepsilon], \\ \overline{w}_T &= \frac{1}{T}[W_s^0 + W_w^0 + (\Delta W_s + \Delta W_w)\Delta\varepsilon]. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

2. 熱的半年の放射量

離心率, 近日点経度, および黄道傾斜角の時間変化によってもたらされる w_s および w_w の変化は太陽光放射量の永年変化を特徴づけ, 地球軌道要素の変動によって惹き起こされる気候変動について判断する可能性を与える.

M. ミランコビッチは彼の気候変動の天文学理論において, 永年気候変動を特徴づけるために別の量を使った. それは熱的半年の間に指定した緯度の単位面積が受け取る放射量の変化である. M. ミランコビッチの導入した熱的半年は天文半年と違って次のような仕方で定義される.

地球の公転周期が安定な定数であること, つまり恒星年も回帰年も不変の継続時間を持つとみなして, M. ミランコビッチは 1 年を次のように等しい 2 つの部分に分けた. 片方の半年を夏半年と呼び, 与えられた緯度においてこの夏半年のどの日に受け取る熱量の総和も冬半年のどの 1 日に受け取る熱量よりも多いとして定義した. このような半年を熱的半年と呼ぶ.

熱的半年と天文半年の違いは次のとおりである. 天文半年の間に太陽は黄道上の弧を 180° 動き, 天文夏半年の任意の日の長さは冬半年の任意の日の長さより長い. 熱的半年は地球の公転周期の半分であり, 夏半年の任意の 1 日に地表の単位面積が受け取る太陽放射量は同じ単位面積が冬半年の任意の 1 日に受け取る放射量より多い.

地質学的過去あるいは未来のある年における, 与えられた緯度の単位面積が熱的半年に受け取る太陽放射量を, 同じ場所の単位面積が現代の熱的半年に受け取る放射量と直接比較することができる. というのは, この日射量は同じ時間間隔に対するものだからである.

夏または冬熱的半年の間に緯度 φ の単位面積が受け取る放射量 (これを北半球では Q_s, Q_w, 南半球では $\overline{Q}_s, \overline{Q}_w$ と表す) を決めるためには, 熱的半年の初期座標を決める必要がある.

緯度 φ の単位面積が受け取る 1 昼夜の放射量は, 太陽が経度 λ にあり, 昼夜の長さが τ のとき次式で与えられる.

$$W_\tau(\lambda) = \frac{\tau J_0}{\pi\rho^2}(\psi_0 \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \sin\psi_0).$$

$\rho = \frac{1-e^2}{1-e\cos(\Pi-\lambda)}$ であるから, 離心率の 1 次までの精度で

$$\frac{1}{\rho^2} = 1 - 2e\cos(\Pi - \lambda). \tag{21}$$

このとき

$$W_\tau(\lambda) = \frac{\tau J_0}{\pi}[1 - 2e\cos(\Pi - \lambda)](\psi_0 \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \sin\psi_0). \tag{22}$$

λ_1, λ_2 を熱的夏および冬半年のはじまりのときの太陽の経度とする. 定義により, 熱的半年の始めには, 放射の 1 昼夜の総和は互いに等しいはずである. つまり,

$$W_\tau(\lambda_1) = W_\tau(\lambda_2). \tag{23}$$

他方, 熱的半年の始まりは半年間, つまり $\frac{T}{2}$ 離れているはずである.

次が成り立つ.

$$dt = \frac{T}{2}\frac{\rho^2}{\pi\sqrt{(1-e^2)}}d\lambda. \tag{24}$$

ここで ρ^2 の値を (21) で置き換え, 離心率の 1 次までに制限すると, 次のように書くことができる.

$$\frac{T}{2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} dt = \frac{T}{2\pi}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}[1 + 2e\cos(\Pi - \lambda]d\lambda. \tag{24}$$

方程式 (23) と (24) を λ_1 と λ_2 に関して同時に解けば熱的半年の初期座標を得ることができる.

(24) を積分して次を得る.

$$\pi = \lambda_2 - \lambda_1 - 2e\sin(\Pi - \lambda_2) + 2e\sin(\Pi - \lambda_1). \tag{25}$$

λ_1 と λ_2 がおよそ 180° 離れていることは確かだ. そこで新しい記号 $\lambda_1 = \lambda', \lambda_2 = \pi - \lambda''$ を導入しよう. すると (25) 式は次のように書ける.

$$\lambda' + \lambda'' = 2e[\sin(\Pi - \lambda') + \sin(\Pi + \lambda'')]. \tag{26}$$

(26) 式によれば, 和 $\lambda' + \lambda''$ は小さな量であって, 地球の離心率程度である.

(22) 式の戻ろう.

熱的半年の始まりは太陽が出没する日にのみ当たるかも知れない.

このとき

$$|\cos\psi_0| = |\tan\varphi\tan\delta| < 1,$$

および

$$\begin{aligned}
\psi_0 = &\ \frac{\pi}{2} + \tan\varphi\tan\delta + \frac{1}{6}\tan^3\varphi\tan^3\delta + \dots, \\
\sin\psi_0 = &\ 1 - \frac{1}{2}\tan^2\varphi\tan^2\delta - \frac{1}{6}\tan^4\varphi\tan^4\delta - \dots.
\end{aligned}$$

得られた ψ_0 と $\sin\psi_0$ の値を (22) 式に代入して次を得る.

$$\begin{aligned}
W_\tau(\lambda) = &\ \frac{\tau J_0}{\pi}[1 - 2e\cos(\Pi - \lambda)]\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\delta + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin^2\varphi\sin^2\delta}{\cos\varphi\cos\delta} + \cos\varphi\cos\delta + \dots\right), \\
W_\tau(\lambda) = &\ \frac{\tau J_0}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin^2\varphi\sin^2\delta}{\cos\varphi\cos\delta}\right. \\
&\quad -\pi e\cos\Pi\sin\varphi\sin\delta\cos\lambda - \pi e\sin\Pi\sin\varphi\sin\delta\sin\lambda \\
&\quad \left. - 2e\cos\Pi\cos\varphi\cos\delta\cos\lambda - 2e\sin\Pi\cos\varphi\cos\delta\sin\lambda\right).
\end{aligned} \tag{27}$$

λ' と λ'' は小さい量である. 赤緯 δ', δ'' も小さな量である. $e, \lambda', \lambda'', \delta', \delta''$ に関して 1 次の量に制限すると, (27) から次が得られる.

$$W_\tau(\lambda') = \frac{\tau J_0}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\varepsilon\sin\lambda' + \cos\varphi - 2e\cos\Pi\cos\varphi\right),$$
$$W_\tau(\lambda'') = \frac{\tau J_0}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\varepsilon\sin\lambda'' + \cos\varphi + 2e\cos\Pi\cos\varphi\right).$$

これより,

$$W_\tau(\lambda'') - W_\tau(\lambda') = \frac{\pi J_0}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\varepsilon(\sin\lambda'' - \sin\lambda') + 4e\cos\Pi\cos\varphi\right] = 0.$$

したがって

$$\sin\lambda'' - \sin\lambda' = -\frac{8e\cos\varphi}{\pi\sin\varphi\sin\varepsilon}\cos\Pi. \tag{28}$$

λ'' と λ' が小さいので, その三角関数を弧で置き換えて,

$$\left.\begin{array}{c} \lambda'' - \lambda' = -\dfrac{8e\cos\varphi}{\pi\sin\varphi\sin\varepsilon}\cos\Pi, \\ \lambda'' + \lambda' = 4e\sin\Pi. \end{array}\right\} \tag{29}$$

これから

$$\begin{aligned} \lambda' &= 2e\left(\sin\Pi + \frac{2\cos\varphi}{\pi\sin\varphi\sin\varepsilon}\cos\Pi\right), \\ \lambda'' &= 2e\left(\sin\Pi - \frac{2\cos\varphi}{\pi\sin\varphi\sin\varepsilon}\cos\Pi\right). \end{aligned} \tag{30}$$

量 λ' と λ'' は地球の軌道要素, すなわち離心率, 近日点経度, および黄道傾斜角の関数である. これらの要素はまた時間の関数である. その上, λ' と λ'' は場所の緯度 φ の関数でもある. だから λ' と λ'' は時間とともに変化するし, 緯度が変われば変わる. 熱帯地方では熱的半年は定義されない.

熱的夏半年の間に太陽の動く経度の弧は $\lambda_1 = \lambda'$ から $\lambda_2 = \pi - \lambda''$ の弧であり, 熱的冬半年の間には $\lambda_2 = \pi - \lambda''$ から $\lambda_1 = 2\pi + \lambda'$ まで動く. Q_s と Q_w を決めるためにはこれらの値を (4) 式の積分の積分範囲の両端に入れる必要がある. λ' から $\pi - \lambda''$ までの弧を次のように 3 つの部分に分けよう.

$$\lambda_1 = \lambda', \lambda_2 = 0; \quad \lambda_2 = 0, \lambda_3 = \pi; \quad \lambda_3 = \pi, \lambda_4 = \pi - \lambda''.$$

同様に $\pi - \lambda''$ から $2\pi + \lambda'$ までの弧も次のように 3 つの部分に分ける.

$$\lambda_4 = \pi - \lambda'', \lambda_5 = \pi; \quad \lambda_5 = \pi, \lambda_6 = 2\pi; \quad \lambda_6 = 2\pi, \lambda_7 = 2\pi + \lambda'.$$

すると

$$Q_s = W(\lambda', \pi - \lambda'') = W(\lambda', 0) + W(0, \pi) + W(\pi, \pi - \lambda'')$$

となるが,

$$\begin{aligned} &W(0,\pi) = W_s, &&W(\pi, \pi - \lambda'') = -W(\pi - \lambda'', \pi), \\ &W(\lambda', 0) = -W(0, \lambda'), &&W(2\pi, 2\pi + \lambda') = -W(0, \lambda'), \end{aligned}$$

であることから

$$Q_s = W_s - W(0,\lambda') - W(\pi-\lambda'',\pi),$$
$$Q_w = W_w + W(\pi-\lambda'',\pi) + W(0,\lambda').$$

$W(0,\lambda') + W(\pi-\lambda'',\pi) = K$ と記せば,

$$\left.\begin{aligned} Q_s &= W_s - K, \\ Q_w &= W_w + K. \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

公式 (4) に従えば,

$$\begin{aligned} K = \ & \frac{TJ_0}{2\pi^2\sqrt{1-e^2}}\int_0^{\lambda'}(\psi_0\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\sin\psi_0)d\lambda \\ & +\frac{TJ_0}{2\pi^2\sqrt{1-e^2}}\int_{\pi-\lambda''}^{\pi}(\psi_0\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\sin\psi_0)d\lambda. \end{aligned} \tag{32}$$

すでに上で指摘したとおり, λ', λ'' は離心率程度の量であるから, 普通やるように非積分関数の表式の中で λ' と λ'' に関して 1 次の量に制限すれば, (32) は次のように書ける.

$$\begin{aligned} K = \ & \frac{TJ_0}{2\pi^2\sqrt{1-e^2}}\int_0^{\lambda'}(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\varepsilon\sin\lambda+\cos\varphi)d\lambda \\ & +\frac{TJ_0}{2\pi^2\sqrt{1-e^2}}\int_{\pi-\lambda''}^{\pi}(\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\varepsilon\sin\lambda+\cos\varphi)d\lambda. \end{aligned} \tag{33}$$

(33) を積分して次を得る.

$$\begin{aligned} K = \ & \frac{TJ_0}{2\pi^2\sqrt{1-e^2}}\left\{\left[-\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\varepsilon\cos\lambda+\cos\varphi\lambda\right]_0^{\lambda'}+\left[-\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\varepsilon\cos\lambda+\cos\varphi\lambda\right]_{\pi-\lambda''}^{\pi}\right\} \\ = \ & \frac{TJ_0}{2\pi^2\sqrt{1-e^2}}\left[-\frac{\pi}{2}\sin\varphi\sin\varepsilon(\cos\lambda'-\cos\lambda'')+\pi\sin\varphi\sin\varepsilon+\cos\varphi(\lambda'+\lambda'')\right]. \end{aligned}$$

最終的に

$$K = \frac{TJ_0}{2\pi^2\sqrt{1-e^2}}\cos\varphi(\lambda'+\lambda'').$$

ここで $\lambda'+\lambda''$ に値を入れて次を得る.

$$K = \frac{2TJ_0\cos\varphi}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}e\sin\Pi, \tag{34}$$

あるいは

$$K = me\sin\Pi.$$

ただし

$$m = \frac{2TJ_0\cos\varphi}{\pi^2\sqrt{1-e^2}}. \tag{35}$$

したがって

$$\left.\begin{aligned} Q_s &= W_s - me\sin\Pi, \\ Q_w &= W_w + me\sin\Pi. \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

また南半球に対しては

$$\left.\begin{aligned}\overline{Q}_s &= W_s + me\sin\Pi,\\ \overline{Q}_w &= W_w - me\sin\Pi.\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

熱的半年に北半球の緯度 φ の単位面積が受け取る熱量は, 同じ熱的半年に南半球の同じ緯度の単位面積が受け取る熱量と異なる. すなわち,

$$\left.\begin{aligned}Q_s - \overline{Q}_s &= -2me\sin\Pi,\\ Q_w - \overline{Q}_w &= 2me\sin\Pi.\end{aligned}\right\}$$

差は $e\sin\Pi$ に比例する. ただ係数は $\cos\varphi$ を含むから, 差は緯度ごとに異なる.

3. 地球の軌道要素の変化によって惹き起こされる地表での日射量の永年変化

公式 (19) により, 地質学的過去あるいは未来の時刻 t の単位時間に緯度 φ において地表の単位面積が単位時間に受け取る平均的な夏および冬の放射量を決めることができる. すなわち,

$$\left.\begin{aligned}w_s &= \frac{2}{T}W_s^0\left(1+\frac{\Delta W_s}{W_s^0}\Delta\varepsilon - \frac{4}{\pi}e\sin\Pi\right),\\ w_w &= \frac{2}{T}W_w^0\left(1+\frac{\Delta W_w}{W_w^0}\Delta\varepsilon + \frac{4}{\pi}e\sin\Pi\right),\\ \overline{w}_s &= \frac{2}{T}W_s^0\left(1+\frac{\Delta W_s}{W_s^0}\Delta\varepsilon + \frac{4}{\pi}e\sin\Pi\right),\\ \overline{w}_w &= \frac{2}{T}W_w^0\left(1+\frac{\Delta W_w}{W_w^0}\Delta\varepsilon - \frac{4}{\pi}e\sin\Pi\right).\end{aligned}\right\} \tag{38}$$

初期時刻 $t = t_0$ の場合, (38) 式は次のように書ける.

$$\left.\begin{aligned}w_s^0 &= \frac{2}{T}W_s^0\left(1-\frac{4}{\pi}e_0\sin\Pi_0\right),\\ w_w^0 &= \frac{2}{T}W_w^0\left(1+\frac{4}{\pi}e_0\sin\Pi_0\right),\\ \overline{w}_s^0 &= \frac{2}{T}W_s^0\left(1+\frac{4}{\pi}e_0\sin\Pi_0\right),\\ \overline{w}_w^0 &= \frac{2}{T}W_w^0\left(1-\frac{4}{\pi}e_0\sin\Pi_0\right).\end{aligned}\right\} \tag{39}$$

時間 $t - t_0$ の間の w の変化は次のように表される.

$$\left.\begin{aligned}\Delta w_s &= \frac{2}{T}\left[\Delta W_s\Delta\varepsilon - \frac{4}{\pi}W_s^0\Delta e\sin\Pi\right],\\ \Delta w_w &= \frac{2}{T}\left[\Delta W_w\Delta\varepsilon + \frac{4}{\pi}W_w^0\Delta e\sin\Pi\right],\\ \Delta\overline{w}_s &= \frac{2}{T}\left[\Delta W_s\Delta\varepsilon + \frac{4}{\pi}W_s^0\Delta e\sin\Pi\right],\\ \Delta\overline{w}_w &= \frac{2}{T}\left[\Delta W_w\Delta\varepsilon - \frac{4}{\pi}W_w^0\Delta e\sin\Pi\right].\end{aligned}\right\} \tag{40}$$

緯度を決めて一連の時刻において $\Delta w_s, \Delta w_w, \Delta \overline{w}_s, \Delta \overline{w}_w$ を計算すれば, その緯度における日射量の永年変化について考察することができる. (40) 式に入っている量 $\Delta W_s, \Delta W_w, W_s^0, W_w^0$ は緯度を決めれば一定であるから, 日射量の時間変化は量 $\Delta\varepsilon, \Delta e\sin\Pi$ の時間変化に依存する.

地球に入射する太陽光の永年的ふるまいを特徴づけるために, すでに述べたように別の関係を利用することもできる.

公式 (36) と (37) から瞬時 (?epoch)t において熱的半年の間に緯度 φ の単位面積が受け取る熱量を決めることができる. すなわち,

$$\left.\begin{aligned} Q_s &= W_s^0 + \Delta W_s \Delta\varepsilon - me\sin\Pi, \\ Q_w &= W_w^0 + \Delta W_w \Delta\varepsilon + me\sin\Pi, \\ \overline{Q}_s &= W_s^0 + \Delta W_s \Delta\varepsilon + me\sin\Pi, \\ \overline{Q}_w &= W_w^0 + \Delta W_w \Delta\varepsilon - me\sin\Pi. \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

初期時刻 $t = t_0$ に対して (41) 式は次の形に書ける.

$$\left.\begin{aligned} Q_s^0 &= W_s^0 - me_0\sin\Pi_0, \\ Q_w^0 &= W_w^0 + me_0\sin\Pi_0, \\ \overline{Q}_s^0 &= W_s^0 + me_0\sin\Pi_0, \\ \overline{Q}_w^0 &= W_w^0 - me_0\sin\Pi_0. \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

時間 $t - t_0$ の間における熱的半年の日射量の永年変化は次のように表される.

$$\left.\begin{aligned} \Delta Q_s &= \Delta W_s \Delta\varepsilon - m\Delta e\sin\Pi, \\ \Delta Q_w &= \Delta W_w \Delta\varepsilon + m\Delta e\sin\Pi, \\ \Delta\overline{Q}_s &= \Delta W_s \Delta\varepsilon + m\Delta e\sin\Pi, \\ \Delta\overline{Q}_w &= \Delta W_w \Delta\varepsilon - m\Delta e\sin\Pi. \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

前と同様, 一連の時刻において $\Delta Q_s, \Delta Q_w, \Delta\overline{Q}_s, \Delta\overline{Q}_w$ を計算すれば, 緯度を決めたときの半年間の放射量の永年変化を追跡できる. 放射量の時間変化は $\Delta\varepsilon, \Delta e\sin\Pi$ の時間変化に依存する. ここで, 上と同様, $\Delta W_s, \Delta W_w$ および m は緯度を決めれば一定の量である.

惑星軌道要素の永年摂動論をここで詳しく述べる必要はない. 著者の論文「地質学的過去の気候に影響を及ぼす地球の軌道要素の永年変化について」(Sharaf & Budnikova, 1967) ではいままでの理論の手短なレビューを行ない, 対応する公式を導き, 長期にわたる $\Delta\varepsilon$ および $\Delta e\sin\Pi$ を決定するための級数を導出した. ここでは級数の数値係数および日射量に影響する基本量の引数, つまり黄道傾斜角 ε, 地球の軌道離心率 e および $e\sin\Pi$ を引用しておくのが都合よい.

これらの量の級数は次の形をしている.

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= h^* + \textstyle\sum A_i\cos(a_i t + b_i), \\ e\sin\Pi &= \textstyle\sum C_i\sin(c_i t + d_i), \\ e &= F_0 + \textstyle\sum F_i\cos(f_i t + g_i). \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

量 h^*, A_i, a_i, b_i は表 1 に, C_i, c_i, d_i は表 2 に, F_0, F_i, f_i, g_i は表 3 に載せた. 表 1-3 には対応する項 T_i の周期 (千年単位) も載せておいた.

すでに上で指摘したように, 日射量変動は$\varepsilon, e\sin\Pi$の変化に依存する. 後者は各種の周期および係数を持つ時間の三角関数の和の形で表現できる. したがって, 日射量は複雑な仕方でいろいろな周期を持つ三角関数に依存する. ある項の係数の絶対値が大きいほどその項の影響は大きい.

たとえば, εの表式で, 5つの項の係数は$0^\circ.050$ (表1の$i = 1 \sim 5$) より大きい. これらの基本周期は約4万1千年である. これらの5つの項の周期が近いので, 約20万年の周期が現れる.

$e\sin\Pi$の表式では, 4つの項 (表2の$i = 2 \sim 5$を見よ) に注目して欲しい. これらの係数は0.0050より大きい. $e\sin\Pi$の最も目立つ周期は約2万年である.

離心率の場合, 6個の項が有力である (表3の$i = 10, 11, 12, 18, 19, 25$). 残りの項の係数は0.0050未満である. ここでは, 10万年, 42万5千年の周期が見られ, 5個の項の周期が近いことから$120 - 130$万年の周期が現れる.

表1

表 2

表 3

II. 地球への太陽放射量の永年変動の長期計算

4. 地球の軌道要素の永年変化の表

我々は 1950 年以前の 3 千万年間にわたって 5 千年ごとに $e\sin\Pi, e\cos\Pi, e, \varepsilon$ の摂動値を計算した. その上, 10 万年にわたって千年ごとに $\Delta(e\sin\Pi), \Delta\varepsilon$ の摂動値も計算した. 計算結果を表にすると膨大な量になるので, 著者らの論文 (Sharaf & Budnikova, 1967) にはグラフの形で結果を与えてある. 地球の軌道離心率と黄道傾斜角のグラフである. ここでは計算結果の表の一部を出すことが目的に叶っていると考える. $e\sin\Pi$ と ε を 1950 年以前の 10 万年にわたって千年ごとに表にした (表 4 参照). ただし

$$\Delta(e\sin\Pi) = e\sin\Pi - e_0\sin\Pi_0, \quad \Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0.$$

1950.0 における $e\sin\Pi$ と ε の初期値は次のとおりである.

$$e_0\sin\Pi_0 = 0.016454, \quad \varepsilon_0 = 23^\circ.4457.$$

表 5 には 1950 年以前の 3 百万年にわたる 5 千年ごとの $\Delta(e\sin\Pi)$ と $\Delta\varepsilon$ の値を載せた. 表 4 と 5 において $\Delta(e\sin\Pi)$ はラジアン単位, $\Delta\varepsilon$ は度単位である.

表 4

表 5

表 5(つづき)

表 5(つづき)

表 5(つづき)

5. 補助表

$W_s^0, W_w^0, \Delta W_s, \Delta W_w$ を決めるために，1 節で公式を得た．極域外に対しては (13) と (14) 式，極域に対しては (15) と (16) 式であった．積分する際にはシンプソンの公式を利用した．$W_s^0, W_w^0, W_T^0, \Delta W_s, \Delta W_w$ の値は 2°.5 ごとに緯度 30° から 60° に対して得た．量 W_s^0, W_w^0, W_T^0 は，太陽定数が 1 であると仮定して標準的単位 (canonical units) で表した．時間は 10 万分の 1 年を単位にした ($T = 100000$)．これらは表 6 に載せた．そこには公式 (35) から決まる m の値 (標準的単位)，また W_s, W_w の変化を表す $\Delta W_s, \Delta W_w$ を ε が 1° 増すごとに与えておいた．これらは元期 $t_0 = 1950.0$ に対して計算した．(42) 式から決まる量 $Q_s^0, Q_w^0, \overline{Q}_s^0, \overline{Q}_w^0$ も標準的単位で表 7 に載せた．

表 6, 7

6. 過去 3 千万年間の日射量の算出

地質学的過去のある年から現在までの時間にある指定した緯度の単位面積が熱的半年の間に受ける放射量の和の永年変化は次の公式で与えられる (3 節参照).

$$\left.\begin{aligned}\Delta Q_s &= \Delta W_s \Delta\varepsilon - m\Delta(e\sin\Pi),\\ \Delta Q_w &= \Delta W_w \Delta\varepsilon + m\Delta(e\sin\Pi),\\ \Delta\overline{Q}_s &= \Delta W_s \Delta\varepsilon + m\Delta(e\sin\Pi),\\ \Delta\overline{Q}_w &= \Delta W_w \Delta\varepsilon - m\Delta(e\sin\Pi).\end{aligned}\right\} \tag{45}$$

記号の上の横線は南緯を示す.

表 8

表 8(つづき)

表 8(つづき)

表 8(つづき), 9

表 9(つづき)

このようにして, 公式 (45) に入っているすべてのデータを得れば, 緯度を決めたとき, その緯度で地質学的過去の任意の年に得られる熱量と現代得られる熱量との差を計算することができる.

表 6 および我々の得た永年摂動 $\Delta(e \sin \Pi), \Delta\varepsilon$ から出発して公式 (45) を使い, 緯度 65° に対して 1950 年以前の 3 千万年にわたって 5 千年ごとに量 $\Delta Q_s, \Delta Q_w, \Delta\overline{Q}_s, \Delta\overline{Q}_w$ を計算した. 表 8 は結果の一部を示す. $\Delta Q_s, \Delta Q_w, \Delta\overline{Q}_s, \Delta\overline{Q}_w$ の値を 1950 年以前の 3 百万年にわたって 5 千年ごとに載せた. 表 9 は同じ量を 1950 年以前の 10 万年にわたって千年ごとに計算した結果である. これらは標準的単位で表されている.

図 1

補遺 I のグラフは過去 3 百万年間の南北両半球の緯度 65° での夏, 冬および年間の日射量の永年的ふるまいを標準的単位で表したものである.

公式

$$\left.\begin{aligned} Q_s &= Q_s^0 + \Delta Q_s, \\ Q_w &= Q_w^0 + \Delta Q_w, \\ \overline{Q}_s &= \overline{Q}_s^0 + \Delta\overline{Q}_s, \\ \overline{Q}_w &= \overline{Q}_w^0 + \Delta\overline{Q}_w, \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

を使って地質学的過去のある年の熱的半年の間にある指定した緯度の単位面積が受け取る熱量が計算できる．我々の得た計算値$\Delta Q_s, \Delta Q_w, \Delta\overline{Q}_s, \Delta\overline{Q}_w$および表7を基にして, $Q_s, Q_w, \overline{Q}_s, \overline{Q}_w$の値を緯度65° に対して1950年以前の3千万年にわたって5千年ごとに計算した．$Q_s, Q_w, \overline{Q}_s, \overline{Q}_w$から等価緯度に移行しよう．等価緯度は次のように定義される．地質学的過去のある年t_1において緯度φの単位面積が熱的半年の間に放射量Q_1を受け取ったとする．現在では, 同じ熱的半年の間に, この量の放射を緯度φ_1で受け取る．したがって過去のt_1において緯度φが受けるのと同じ熱量を現在の緯度φ_1で受け取る．このように定義された緯度を等価緯度と呼ぶ．

図1に示されているのは, 南北両半球の緯度65° の単位面積が受ける太陽放射を等価緯度に変換した値を1950年以前の10万年にわたって描いたものである(データは千年ごと).

補遺IIとIIIのグラフには, 同じく緯度65° の場合の夏と冬の日射量を等価緯度に直して1950年以前の3千万年にわたって描いた．

その上, 補遺IIには(45)式の1番目と3番目の項$\Delta W_w \Delta\varepsilon$と$m\Delta(e\sin\Pi)$の曲線を描き, また離心率の摂動値の変動曲線を描いた．データ曲線は1950年以前の3百万年間である．

日射量曲線には黄道傾斜角の基本周期4万1千年に依存する周期性がはっきりと見てとれる．ピークの振幅は離心率の最大と最小にしたがっている．120 − 130万年程度の周期が見られる．

7．3つの研究結果の比較

M. ミランコビッチは研究(Milankovitch, 1939; 1941)の中で, 1850年以前の60万年にわたって北半球の緯度65° における夏の日射量曲線を導出した．M. ミランコビッチは日射量を見積もるにあたってV. ミシコビッチ(Mishkovitch, 1931)が軌道要素の摂動値を決めた計算に基づいた．ミシコビッチは惑星軌道のルベリエの永年摂動論で質量を新しい値にして出発した．歳差を決定するのにV. ミシコビッチは地球軌道の離心率と傾斜角の1次までの精度でラプラスの公式を使った．この公式内の積分定数と係数を計算する基礎に, V. ミシコビッチはルベリエ-ミシコビッチの永年摂動論とベッセルの歳差定数を置いた．

1950年にBrouwer & Woerkom(1950)は惑星軌道要素の新しい永年摂動論を構築した．彼らは新しい質量の値を採用し, 木星と土星の運動の長期的均差(inequality)によって惹き起こされる2次の効果も考慮に入れた．この理論から出発して, Woerkom(1958)は1950年以前の百万年にわたって地球軌道の離心率と近日点経度の摂動値を計算した．彼は1950年の不変黄道に準拠して極の位置を数値積分で得, それを動く黄道の平均位置に準拠するように変換した．

歳差を計算するにあたって春分点の平均的な位置にのみ注目した．これらの結果に基づき, またM. ミシコビッチの得た$Q_s^0, \overline{Q}_s^0, \Delta Q_s, m$を使って, Woerkom(1958)は1950年以前の百万年にわたって南北両半球の緯度65° における夏の日射量曲線を作った．

上ですでに述べたように, 我々は自分達の計算した黄道傾斜角, 地球軌道の離心率および近日点経度の摂動値から出発して日射量曲線を求めた．

これらの計算の基礎に置いたのは, Brouwer & Woerkom の惑星軌道要素の永年摂動論である. 歳差の計算には我々の得た三角関数の歳差公式 (Sharaf & Budnikova, 1967) を用いた. Sharaf & Budnikova では IAU 推薦の現代的天文定数を採用した.

図 2 に描いたのは, M. ミランコビッチ, Woerkom, および我々の得た北半球の緯度 65° における夏の日射量曲線である. 曲線が示すように, 出発データがやや異なるにもかかわらず, 3 つの結果はたいへん良く合っている.

図 2

8. 未来百万年の日射量の計算

天体力学的な要因による地質学的未来の日射量の変動を決める問題も興味深い.

黄道傾斜角, 地球軌道の離心率および近日点黄経の摂動値を 1950 以後百万年にわたって 5 千年ごとに計算した. 図 3 と 4 のグラフには離心率と黄道傾斜角の摂動値が描いてある. 表 10 には 1950 年以後百万年にわたって 5 千年ごとに, $e \sin \Pi$ と ε の永年変化の値を載せた.

公式 (45) にしたがって, 緯度 $65°$ における $\Delta Q_s, \Delta Q_w, \Delta\overline{Q}_s, \Delta\overline{Q}_w$ の値を百万年にわたって計算した結果が表 11 である.

表 10

表 11

補遺IVでは南北両半球の緯度65°の夏と冬の日射量を等価緯度に直して1950以後の百万年にわたって与えている.

1958年にFempl(1958)は未来10万年にわたって様々な緯度に対して日射量($\Delta Q_s, \Delta Q_w, \Delta\overline{Q}_s$, $\Delta\overline{Q}_w$) の変化を計算した. 彼の結果は緯度65°の同じ期間でわれわれの結果と良く一致する.

図4

III. 日射量と気温の依存性

M. ミランコビッチはその著作(Milankovitch, 1939; 1941)の中で, 地表が太陽から受け取る熱量への大気の影響を詳しく調べ, 陸の平均的高度の気温と日射量の依存性を導いた.

気候変動の問題を扱った国内外の仕事の多くにおいて, 日射量の変動によって惹き起こされる気温変動がM. ミランコビッチによってかなり過大評価されており, 地球の軌道と自転軸の変動によって惹き起こされる日射量変動は古気候にとって大きな意味を持たないという見解が語られている.

気候変動の天文学理論に対するこの意見は主としてM. ミランコビッチの結論を批判したSimpson(1940)の仕事の一部に基づいている. そこでSimpsonの仕事を詳しく調べ, 日射量変動と現実の気温変動との間の関係を見つける努力をすることは有益であろう.

9. (ミランコビッチによる)日射量の変動による地表気温変動

M. ミランコビッチ(Milankovitch, 1939)は以下を仮定した. 1) 地表は一様である(陸地のみ), また平らである. 2) 地球大気は動かず理想気体である. 3) 吸収・反射の条件, すなわち(?)大気の条件は季節変化しない.

このような条件の下, また不可避の簡単化の後で, M. ミランコビッチは陸地の平均的な高度の気温と太陽光入射量との間の関係を与える次のような式を得るにいたった.

$$\sigma\Theta^4 = \frac{1}{2}(1-A)(1+kM)W. \tag{47}$$

ここでΘは, 地質学的過去のある年tの緯度φにおける(夏または冬の)半年間の低層大気の平均絶対気温である. Wは, 同じ時刻tに緯度φで同じ半年に, 大気上端の単位面積(1 cm^2)が

単位時間 (1 分) に受け取る熱量 (カロリー) である. σ はステファン-ボルツマン定数, A はアルベド (大気による反射を考えて), k は大気による太陽の熱放射の吸収係数, M は単位面積の下にある大気の質量である.

初期時刻 t_0 に対しては, (47) 式に入っている量を $\Theta_0, A_0, k_0, M_0, W_0$ と表す. すると

$$\sigma\Theta_0^4 = \frac{1}{2}(1-A_0)(1+k_0M_0)W_0. \tag{48}$$

M は時間変化しないと仮定する. また量 k の変化は大気中の水蒸気または炭酸ガスの増大または減少によってのみ惹き起こされ, したがって k としては平均値 $k=k_0$ を採用できると仮定する. 絶対温度 Θ から摂氏に移る.

$$\Theta = 273^\circ + u.$$

時刻 t と t_0 の温度差として次を得る.

$$\Delta u = \frac{1+k_0M_0}{8\sigma(273)^3}[(1-A)W-(1-A_0)W_0]. \tag{49}$$

地表の領域のうち, 地質学的過去に大陸の氷床に覆われていなかった部分に制限すれば, $A=A_0$ と取れて, このとき

$$\Delta u = n\Delta W, \tag{50}$$

となる. ただし

$$n = \frac{1+k_0M_0}{8\sigma(273)^3}(1-A_0).$$

n の表式に入っている量にその平均値を与える. すなわち

$$A_0 = 0.40,\quad k_0 = 0.0025,\quad M_0 = 1033.3,\quad \sigma = 0.76\cdot 10^{-10}.$$

すると $\Delta u = 173.8\Delta W$ を得る. あるいは ΔQ を標準的単位で表して

$$\Delta W = \frac{1.94}{50000}\Delta Q,$$

であることを考慮すれば以下を得る.

$$\left.\begin{aligned}\Delta u_s &= \frac{1}{150}\Delta Q_s,\\ \Delta u_w &= \frac{1}{150}\Delta Q_w,\\ \Delta u_T &= \frac{1}{2}(\Delta u_s+\Delta u_w).\end{aligned}\right\} \tag{51}$$

10. (Simpson による) 日射量の変動と気温変動の関係

Simpson(1940) は M. ミランコビッチの公式 (51) の係数 $\frac{1}{150}$ が正しくないと見た. なぜならミランコビッチはいまのところ十分精度良く決めることのできない平均量 A_0, k_0, M_0, σ から出発したからである. Simpson の見解によれば, 気候変動の複雑な気象学的な原因からすると, 経験的な手法のみがこの問題を解く助けになる.

気温変動と日射量変動の間の関係を確立するために, 彼は別の道を提起した. 彼の結論について手短かに述べよう.

u_1, u_2 をそれぞれ地質学的過去のある年 t における緯度 φ の最も暑い月と最も寒い月の平均気温とする. Q_s, Q_w を時刻 t の熱的半年の間に緯度 φ の単位面積が受け取る放射量 (標準的単位) の和とする.

現在の時刻 t_0 に対応する量には添字 0 を付けることにする.

次のように表す.

$$\left.\begin{aligned} R &= Q_s - Q_w, \\ Y &= u_1 - u_2, \\ \Delta u_1 &= u_1 - u_1^0, \\ \Delta u_2 &= u_2 - u_2^0, \\ \Delta R &= R - R^0, \\ \Delta Y &= Y - Y^0. \end{aligned}\right\} \tag{52}$$

Simpson は最も暑い月の平均気温は夏の平均気温と同一視でき, 最も寒い月の平均気温は冬の平均気温と同一視できると仮定する. また任意の場所の任意の日において夏と冬の日射量の差は, 夏と冬の温度差と同じ比率で変化すること, また夏の気温変動と冬の気温変動の比は, 夏の日射量変動と冬の日射量変動の比に正比例すると仮定する. すなわち,

$$\left.\begin{aligned} u_s &= u_1, \\ u_w &= u_2, \end{aligned}\right\} \tag{54}$$

$$\frac{R}{R^0} = \frac{Y}{Y^0}, \tag{54}$$

$$\frac{\Delta u_s}{\Delta u_w} = \frac{\Delta Q_s}{\Delta Q_w}. \tag{55}$$

この仮定の下で, Simpson は気温変動と日射量変動を結びつける次のような公式を得た.

$$\left.\begin{aligned} \Delta u_s &= \frac{Y^0}{R^0}\Delta Q_s, \\ \Delta u_w &= \frac{Y^0}{R^0}\Delta Q_w. \end{aligned}\right\} \tag{56}$$

ここで $Q_s^0, Q_w^0, \Delta Q_s, \Delta Q_w$ の値を M. ミランコビッチ (Milankovitch, 1939) の表から取り, u_s, u_w の代わりに, 今考えている緯度の最も暑い月と最も寒い月の平均気温の観測値を代入する. Simpson は地質学的過去の一連の夏に対して Δu_s と Δu_w を計算し, それを M. ミランコビッチが (51) 式から得た値と比較した. 比較によると, Simpson の方法で得た Δu_s と Δu_w は M. ミランコビッチの公式から得た値より 3 倍ほど小さかった. Simpson の場合, Δu_s と Δu_w

は最も深い日射量のピークのときでも $1.5-2°.0$ を越えなかった．このことから, Simpson は M. ミランコビッチの係数 $\frac{1}{150}$ は過大評価であると結論した.

しかし, 事態はまったくそうではない.

公式 (54) と (55) は (56) と同様, 9 節で述べた条件が成り立つときのみ正しいのである．したがって, この関係が成り立つのは, 理論的に得られた「仮想的 (fictitious)」気温の値が代入できるときのみである．もちろん観測される平均気温ではこの条件は満たされていない. 冬と夏の気象学的条件が同一でないこと, 氷床はほとんどアルベドの値を変えないことを言えば十分であろう．このように, Simpson の考察は受け入れ難い仮定を含んでいると言える.

11. 日射量と観測気温の関係

何人もの著者が緯度ごとの平均気温の表を出している．ふつう, 1 年のうちの最も暑い月と最も寒い月の平均気温が決められる．M. ミランコビッチ (Milankovitch, 1939, p. 171) の公式を使って最も暑い月と最も寒い月の平均気温から夏および冬半年の平均気温に移ることができる.

M. ミランコビッチの公式から次が得られる.

$$\left.\begin{aligned} u_s &= 0.822u_1 + 0.178u_2, \\ u_w &= 0.822u_2 - 0.178u_1. \end{aligned}\right\} \tag{57}$$

T.F. Batyaev(1960) の論文に, 緯度 $-70°$ から $+80°$ まで $5°$ ごとの月平均気温の分布表が出されている．D.I. Stekhnovskii(1962) はまったく同じ緯度範囲, 同じ間隔で陸地と海洋の平均気温を与えている.

我々は T.F. Batyaev と D.I. Stekhnovskii のデータを使って, 同一緯度全体, 陸地, および海洋に対して $5°$ ごとに夏と冬の平均気温を計算した (表 12 参照).

図 5 は同一緯度全体, 陸地, 海洋のそれぞれの平均気温の分布曲線を示す.

5 節 (表 7) では, $t = t_0 = 1950.0$ の熱的半年の間に緯度 φ で受け取る放射量の和 Q_s と Q_w を計算して標準的単位で表した. Q_s と Q_w は平均放射量 W_s と W_w から定数倍しか違わない.

緯度ごとの平均観測気温の変動が緯度ごとの日射量の変動に対応すること, および地理的条件に依存する平均気温のずれが偶然的な性質を持つことを仮定する．このような関係が地質学的な過去にも成り立つとみなす.

このとき平均気温と日射量が次の形の関数関係で結ばれていると見ることができる.

$$\left.\begin{aligned} a_s + b_s\Delta Q_s &= u_s, \\ a_w + b_w\Delta Q_w &= u_w. \end{aligned}\right\} \tag{58}$$

ただしここで

$$\Delta Q_s = Q_s - Q_s^0, \quad \Delta Q_w = Q_w - Q_w^0.$$

Q_s^0, Q_w^0 は指定した緯度 $\varphi_0 = 65°$ の日射量であり, a_s, a_w, b_s, b_w は決めるべき係数である.

表 12

図 5(論文では図 12)

北半球に対して, 緯度 25° から 80° まで 5° おきの緯度に対応する 12 個の条件方程式からなる 2 つの方程式系を作ろう. ひとつの系は緯度ごとの夏の平均気温変動を夏の日射量の変動と結ぶ. もうひとつは, 冬半年のものである.

同様に, 南半球に対しても 2 つの方程式系が作れる. ただし 25° から 70° まで 5° おきの 10 個の条件方程式から作る.

これらの条件方程式の右辺には 3 種類の季節平均気温 (全緯度, 陸地, 海) をいれる. 次のように記そう. $u_s, u_w, \overline{u}_s, \overline{u}_w$ は緯度 φ 全体における夏と冬の平均気温, $u'_s, u'_w, \overline{u}'_s, \overline{u}'_w$ は緯度 φ における陸地の夏と冬の平均気温, $u''_s, u''_w, \overline{u}''_s, \overline{u}''_w$ は緯度 φ における海の夏と冬の平均気温とする. 上付の横線は南半球を表す.

表 13-16 には条件方程式およびそれに対応する正規方程式 (v, v', v'' は数値的 discrepancy である) が載せてある.

表 13,14,15,16

答えは次のとおりである.

$$\left.\begin{aligned} u_s &= 2^\circ.94 + 0^\circ.007412\Delta Q_s \pm 1^\circ.98, \\ u_s' &= 3.17 + 0.008365\Delta Q_s \pm 1.78, \\ u_s'' &= 2.38 + 0.006569\Delta Q_s \pm 2.65, \end{aligned}\right\} \quad (58)$$

$$\left.\begin{aligned} u_w &= -15^\circ.40 + 0^\circ.003943\Delta Q_w \pm 0^\circ.87, \\ u_w' &= -19.58 + 0.004189\Delta Q_w \pm 1.07, \\ u_w'' &= -8.58 + 0.003399\Delta Q_w \pm 4.37, \end{aligned}\right\} \quad (59)$$

$$\left.\begin{aligned} \overline{u}_s &= -3^\circ.97 + 0^\circ.007623\Delta \overline{Q}_s \pm 2^\circ.04, \\ \overline{u}_s' &= -4.03 + 0.008916\Delta \overline{Q}_s \pm 1.43, \\ \overline{u}_s'' &= -3.00 + 0.007085\Delta \overline{Q}_s \pm 1.95, \end{aligned}\right\} \quad (60)$$

$$\left.\begin{aligned} \overline{u}_w &= -9^\circ.17 + 0^\circ.003456\Delta \overline{Q}_w \pm 3^\circ.41, \\ \overline{u}_w' &= -11.80 + 0.003669\Delta \overline{Q}_w \pm 4.21, \\ \overline{u}_w'' &= -8.04 + 0.003299\Delta \overline{Q}_w \pm 2.26, \end{aligned}\right\} \quad (61)$$

制御のために, 20° から 80° までの 10° おきの 7 個の以下の形の条件方程式から成る 6 個の方程式系を作った.

$$\begin{aligned} a_s + b_s\Delta Q_s &= u_s, \\ a_w + b_w\Delta Q_w &= u_w, \\ a_T + b_T\Delta Q_T &= u_T. \end{aligned}$$

これらの右辺は Meinardus(?) の表 (Simpson, 1940) から得た全緯度の平均気温が代入してある. これらの系の解は次のとおりである.

$$\left.\begin{aligned} u_s &= 2^\circ.42 + 0^\circ.007996\Delta Q_s \pm 1^\circ.89, \\ u_w &= -17.3 + 0.004096\Delta Q_w \pm 1.59, \\ u_T &= -8.24 + 0.005252\Delta Q_T \pm 1.94, \end{aligned}\right\} \quad (62)$$

$$\left.\begin{aligned} \overline{u}_s &= -5^\circ.06 + 0^\circ.008205\Delta \overline{Q}_s \pm 2^\circ.21, \\ \overline{u}_w &= -17.0 + 0.004268\Delta \overline{Q}_w \pm 5.48, \\ \overline{u}_T &= -11.9 + 0.005580\Delta \overline{Q}_T \pm 3.40. \end{aligned}\right\} \quad (63)$$

海の平均気温を考えた場合の北半球の冬半年の方程式で平均自乗誤差が大きいのは, ガルフストリームの影響で緯度 60° から 65° の間に気温の鋭い跳びがある (補遺 IV 参照) ためと解釈される. 正規系を作るにあたって 65° の条件方程式を除けば, 平均自乗誤差の値は, b_w がほとんど変わらずに (解 (62) を見よ) 減少する.

冬半年の南半球の方程式の比較的大きな平均自乗誤差は陸地と海の分布が一様でないことによると解釈される. 70° では 71% が陸地であり, 65° から 35° までは 9% 以下である. 正規方程式を作る際に 70° の条件方程式を除けば, 以下の解を得る.

$$\left.\begin{aligned} \overline{u}_w &= -5^\circ.69 + 0^\circ.002906\Delta \overline{Q}_w \pm 1^\circ.12, \\ \overline{u}_w' &= -5.20 + 0.002798\Delta \overline{Q}_w \pm 1.20, \\ \overline{u}_w'' &= -6.87 + 0.002898\Delta \overline{Q}_w \pm 1.8. \end{aligned}\right\} \quad (64)$$

(58) と (60) 式から判るように, 北半球の比例係数 b_s は 0.0065 から 0.0084 まで変わり, 南半球では 0.0071 から 0.0089 まで変わる. 陸地の場合に大きく, 海では小さい. 南北両半球で b_s の差はほとんどない. 平均値 $b_s = 0.0075$ は M. ミランコビッチが理論的に求めた 0.007 にたいへん近い.

冬半年の場合, 係数 b_w の値は北半球では 0.0034 から 0.0042 まで変わり, 南半球では 0.0028 から 0.0037 まで変わる. ここでも b_w に南北半球による違いはない. 冬に小さいのは陸地と海の分布の影響であると言える. 比例係数の平均値 $b_w = 0.0037$ は夏半年の半分である.

地質的過去の 3 百万年の間に, 気温の上昇あるいは下降は夏で $5-6°$, 冬で $2-3°$ であると言える.

参考文献

Batyaeva, T.F. 1960. Many years averaged monthly values of air temperature at the sea level of the Earth. *Meteorolgicheskii Bulletin.* Appendix. Ts.U.L.

Woerkom, A. 1958. Astronomical theory of climate variations. in the Book: Climate Variations. IIL, M.

Milankovitch, M. 1939. Mathematical Climatology and Astronomical theory of climate oscillations. GONTI, M.-L.

Stekhnovskii, D.I. 1962. Bolometric field of the Earth's sphere.

Sharaf, G. and Boudnikova, H.A. 1967. On secular perturbations in the elements of the Earth's orbit and their influence on the climates in the geological past. *Bull. ITA* **11**, No.4, 127.

Brouwer, D. and van Woerkom A.J.J. 1950. The secular variation of the orbital elements of the principal planets. *Astr. Pap.*, **13**, 2.

Fempl, S. 1958. Variations séculaires d'insolation de la Terre. Notes et Travaux de la section d'Astronomie de l'institut mathématique Academie serbe des Science. **2**, 10-20.

Milankovitch, M. 1941. Kanon der Erdbestrahlung und seine Anwendung auf das Eiszeitenproblem, Beograd.

Mishkovitch, V.V. 1931. On the secular variations of the astronomical elements of the Earth's orbit. *Glas Spiske kraliebske akad.* **143**, 70. Beograd.

Simpson, G.C. 1940. Possible causes of change in climate and their limitations. *Proc. of the Linn. Soc. of London*, **152**, 2.

この後, 補遺 I, II, III
グラフ 28 ページ分あり.