N 体力学・天体力学研究会集録, 2002 年 3 月.

安定な惑星系における部分系 I.

Subsystems in a stable planetary system I.

谷川清隆、伊藤孝士[1]
国立天文台
〒181–8558 三鷹市大沢 2–21–1

要約

惑星運動の長期積分 (Ito & Tanikawa, 2002) によると, わが惑星系はその寿命にわたって力学的に安定である. 安定な惑星系のさまざまな部分系について, 安定性の維持への寄与との関係で議論する. よく知られているように, 共鳴は長期時間スケールにおいても重要な役割を果たす. 小惑星や彗星の安定性などの制限問題と違って, 多重惑星部分系は安定性維持のためにいくつもの機構を働かせていることを強調する.

§1. 序

太陽系は少なくとも過去 50 億年, 未来 40 億年にわたって力学的に安定である (Ito & Tanikawa, 2002; 以後 IT2002 と記す). 9 個の惑星の軌道要素は狭い変動幅に閉じ込められている. 水星の離心率あるいは軌道傾斜角に, ちょっとした永年的な傾向があるかも, というだけである. 9 惑星の太陽系が不安定になるとしたら, おそらくまず水星が金星や地球と大接近するか, 太陽面に飛び込むか, 太陽系外に放り出されるかするであろう.

当面は, 太陽系は安定であると言って差し支えない. そこで, どうして太陽系は安定なんだろう, と尋ねたくなる. これは危険な質問である. 安定性の「真の」理由を訊いているからである. 代りに, 太陽系の安定性はどのように保たれているのか, と訊こう. これは扱える問題である. もっと具体的に訊くこともできる. 「どんな安定性機構が働いているのだろう」「安定化のための相互作用はどんな形で現われるのか, またどんな特性を持っているのか」「系の誕生以来この相互作用は働いているのだろうか」「相互作用は系外惑星にも共通に働くものだろうか」

本論文とそれに続く論文では, これらの問題に立ち向かい, 問題のいくつかに答えを出すか, 少なくとも研究方向を指し示したい. わが太陽系の 50 億年の数値積分によって系の安定性に関する情報だけでなく, 系のさまざまな部分系に作用する機構に関する情報も得られた. これらは安定性維持機構を解き明かす重要な鍵である. 本論文の目的は, 惑星のグループを分類し, わが太陽系の安定化機構を吟味し, 分類の正しさを正当化することである. 安定化機構のひとつとしてよく知られているのが個々の惑星のグループ化である. 系全体はグループ化することにより安定となる. 有名な例は階層重力系である. 本論文では他にもグループの存在を確認する。

まず部分系を分類し数え上げることから始める. 数え尽くしたとは言わない. いくつも数え落としがあるはずだ.

(1) (平均運動) 共鳴ペア
　1.1. 連惑星 (姉妹惑星)

---

[1] email: tanikawa.ky@nao.ac.jp and tito@tabby.mtk.nao.ac.jp

1.2. ほかの 1:1 共鳴ペア
1.3. ほかの (平均運動) 共鳴ペア
1.4. 共鳴三重惑星

(2) 近隣惑星 (いとこ惑星)

(3) 惑星グループ

(4) 独立惑星部分系

次節では, 個々の部分系を記述し, 可能な場合には安定性を吟味する. とくに上記リストの (2), (3), (4) に注意を集中する.

§2. 部分系をもっと詳しく

この節では, 太陽系の部分系だけでなく, 系外惑星系に存在し得る部分系をも考える. 後者の部分系が系外惑星系に存在しなければ, それは惑星系の形成過程や形成機構に強い制限条件が課されることを意味する. いくつかの場合, 存在する部分系を変化させ, この変形ありとなしの場合の系全体の安定性を比較する. ある場合には, 太陽系の外部から摂動を与える. このような安定性解析が可能なのは, われわれが太陽系の外, パソコンの前に座っているからである.

2.1. 共鳴ペア惑星

複数の惑星が平均運動共鳴にあるとき, これらを 共鳴多重惑星 とよぶ. 関係する惑星の数が 2 のとき, これらを共鳴ペアとよぶ. よく知られているように, 有理数が無限にあることより, 共鳴の数も無限にある. 一方で, 高次の共鳴は小さな共鳴領域を持つことも知られている. こうして, 観測精度の範囲でどの惑星も共鳴にあるはずなのに, 現実には共鳴多重惑星の数は少ない.

2.1.1. 連惑星

1:1 平均運動共鳴にある惑星ペアは (1:1 平均運動) 共鳴ペアまたは単に 連惑星 とよばれる. メンバー天体は他の部分系に比べて最強の結びつきを持っている. 例は地球–月系, 冥王星–シャロン系である. これらは惑星–惑星のペアではない, との反論がありそうだ. なぜ太陽系には惑星–惑星の連星がないのか理由はわからない. 同様に, 木星や土星はなぜ, 地球や金星質量の衛星を持たないのか理由がわからない. このような組合せは系外惑星系に見つかるかもしれない. 惑星系の形成過程が, このような組合せをわが太陽系から排除したに違いない.

本質的に連惑星には 3 種類がある.

1) 冥王星–シャロン系

この系では, 両天体の軌道は太陽に向かって凸になったり凹になったりする. 軌道半長径は 17 $R_{\rm pluto}$, 離心率はゼロ, そして周期は 6.387 日である. 質量は $M_{\rm charon} = 0.08 M_{\rm pluto}$. 太陽によるシャロンの加速度は

$$a_{\rm charon} = GM_{\odot}/r^2_{(\odot-{\rm charon})} = 3.79 \times 10^{-6} {\rm m/s}^2, \tag{1}$$

一方, 冥王星による加速度は

$$a_{\rm charon} = \quad GM_{\rm pluto}/r^2_{({\rm pluto}-{\rm charon})} = 2.63 \times 10^{-3} {\rm m/s}^2. \tag{2}$$

冥王星による加速度は太陽による加速度に比べてはるかに大きい. だからシャロンの軌道はいつも冥王星に向かって凹である.

2) 地球–月系

軌道半長径は $60R_\oplus$, 離心率は 0.0549, そして軌道周期は 27.3 日. 質量は $M_{\rm moon} = 0.020M_\oplus$ を満たす. 太陽による月の加速度は

$$a_{\rm moon} = GM_\odot/r^2_{(\odot-{\rm moon})} = 5.93 \times 10^{-3}{\rm m/s^2}, \tag{3}$$

一方, 地球による加速度は

$$a_{\rm moon} = GM_\oplus/r^2_{(\oplus-{\rm moon})} = 2.70 \times 10^{-3}{\rm m/s^2}. \tag{4}$$

月の軌道はつねに太陽に向かって凹. 成分間の相互作用は冥王星–シャロン系に比べて弱い.

3) 逆行連惑星

Mikkola & Innanen (1997) は, 異常に大きな軌道半長径で母惑星をまわる天体に「準衛星」との名称を与えた. Wiegert et al. (2000) は 4 つの外惑星のまわりでこれらの軌道の安定性を探索し, 低軌道傾斜角の軌道が太陽系の年齢にわたって生き残ることを見た. この軌道は順行惑星軌道に比べてかなり大きい. だから, このような系があれば地球–月系の距離より大きなサイズになるであろう. これを 逆行連惑星 とよぼう.

2.1.2. ほかの **1:1** 平均運動共鳴ペア

1) おたまじゃくし型ペア

典型例はトロヤ群小惑星である. 小惑星の代りに惑星質量の天体があれば, この系は惑星ペアとよばれるにふさわしい. 成分のひとつがもっと広い領域をうろつきまわる場合も考えられる. ただし, 位置は主星のいつも前かいつも後ろ. このペアの安定星は詳しく調べられていないと思われる.

2) 馬蹄ペア

理論的には馬蹄型ペアは存在し得る. 問題は長期安定性である. わが太陽系にこの配置で同じ程度の質量のものはない. 小天体は見つかっている. 他の惑星からの摂動も入れて安定性を調べたら面白いであろう.

2.1.3. 海王星–冥王星系

このペアは非常に特殊である. その長期軌道安定性を保つのに, いくつもの共鳴機構を使っている (Kinoshita & Nakai, 1995, 1996; IT2002). 最短の時間スケールでは, これは $3{:}2$ 平均運動ペアである. 大雑把に言って, 各 500 年ごとに元の配置に戻る. もう少し精度を上げると, 臨界引数 $\theta_1 = 3\lambda_P - 2\lambda_N - \varpi_P$ は 180° のまわりを秤動する. この周期は 2×10^4 年である. だから, 系は各 2×10^4 年ごとに元の相対配置に戻る.

冥王星の近日点引数 $\omega_P = \theta_2 = \varpi_P - \Omega_P$ は 180° のまわりを秤動する. 周期は 3.8×10^6 年である. 昇交点の相対位置も考慮して, 系は各 3.8×10^6 年ごとに元の配置に戻る. これはたいへん長い周期である. 海王星の昇交点経度から測った冥王星の昇交点経度 $\theta_3 = \Omega_P - \Omega_N$ は周回する. 周回周期は θ_2 の秤動周期に等しい. 海王星と冥王星の昇交点が一致すると $(\theta_3 = 0)$, 冥王星の軌道傾斜角は極大, その離心率は極小, さらに近日点引数は 90° となる. $\theta_3 = 90^\circ$ のとき, 冥王星の軌道傾斜角は極小, その離心率は極大, そして近日点引数はふたたび 90° となる. これは Milani et al. (1989) によって確認された.

もっと長い周期性がある. 引数 $\theta_4 = \varpi_P - \varpi_N + 3(\Omega_P - \Omega_N)$ は 180° のまわりに秤動する. 周期は 5.7×10^8 年である. IT2002 の示すところによると, θ_4 は $O(10^{10})$ 年の時間スケールで秤動と周回を繰り返す. これは知られているもっとも長い周期のひとつであろう.

2.2 近隣惑星

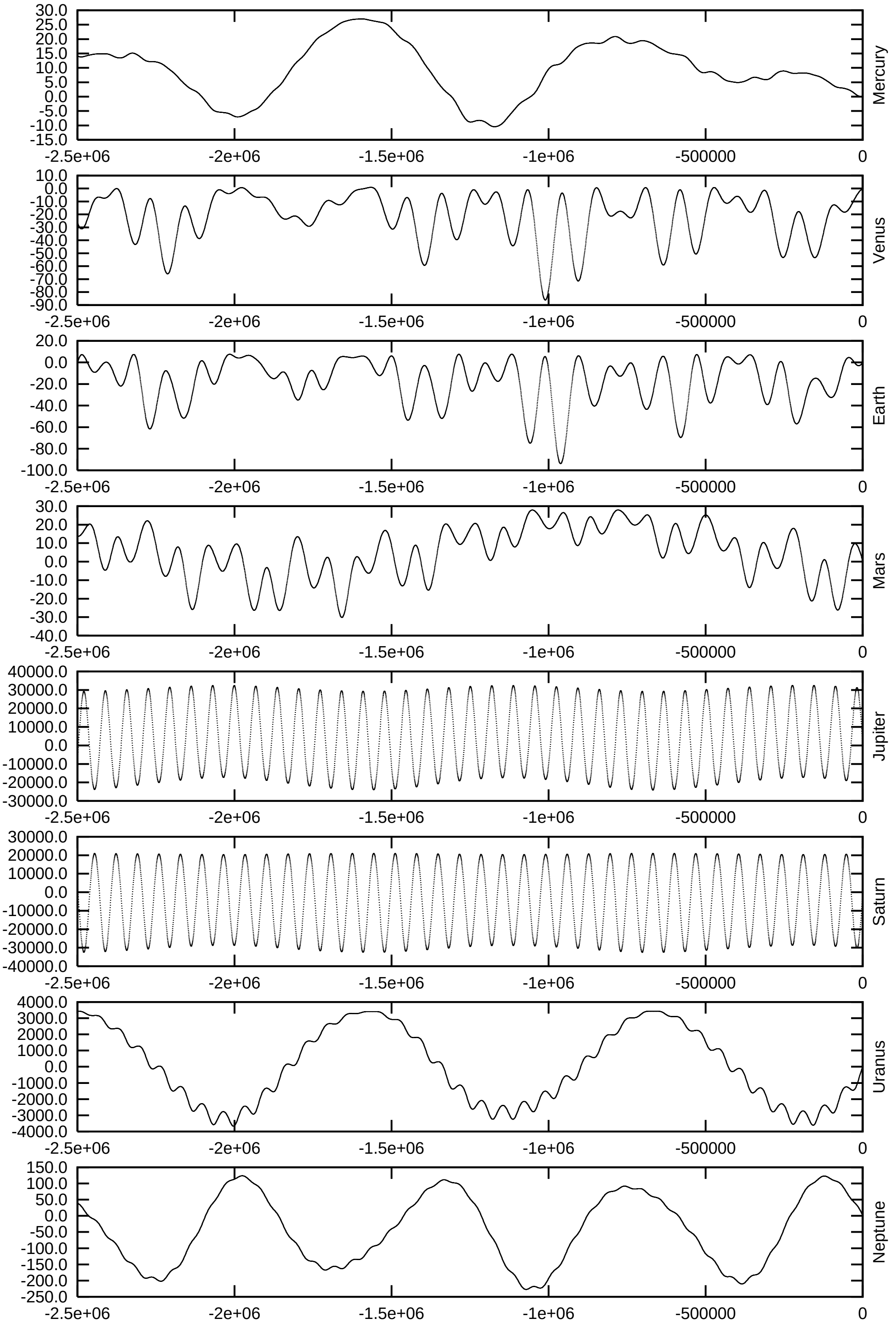


Figure 1: Variation of the angular momentum of eight planets for 2.5 million years from Brower & van Woerkom's (1950) theory of secular perturbation. From the top, Mercury, Venus, Earth, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, and Neptune. The ordinate represents the total angular momentum. The unit is $10^{-12} M_{\odot} \mathrm{AU}^2 \mathrm{day}^{-1}$.

わが太陽系では, 地球–金星系は, それが系であると呼べるとしてであるが, 部分系として特殊な位置を占める. 地球と金星は同じような性格の惑星である. とはいうものの, この 2 つはいままで力学的なペアとみなされたことはない. わが惑星系の長期積分 (IT2002) によると, この 2 つの惑星は面白いふるまいを示す. これらは低次の平均運動共鳴にはない. 永年摂動論 (Brouwer & van Woerkom, 1950) では, 短周期 ($\sim$ 百万年) では軌道角運動量は負の相関を持つ. つまり, 惑星のひとつが角運動量を獲得するともうひとつは角運動量を失う. その逆も成り立つ. (図 1 の上から 2, 3 番目のパネル). これはわが数値積分結果にも見える. 長い時間スケール (10 億年程度) では, 軌道角運動量は正の相関を持つように見える (Laskar, 1994; IT2002). つまり, 一方の惑星が角運動量を獲得すると, もう一方も獲得する. 図 2 (2, 3 番目のパネル) は IT2002 から取ってきた数値結果である. 長い時間スケールでは 2 つの惑星は外からの摂動に対応して同期して動く. 短い時間スケールでは互いに反発するけれども, 長い時間スケールでは一緒に動く. だから, このペアはいとこ惑星とよべる.

いままでは定性的な陳述であった. 上での述べたことを定量的に確認し, 木星–土星や天王星–海王星などの考え得るペアとの違いを見るために, IT2002 の長期積分結果を使って軌道要素の相関を取る.

相関を取る一番簡単な方法は, 時系列からトレンドを取り去ったあと, $t + \Delta t$ におけるデータの値が t におけるデータの値より大きいか同じならば $+$ (あるいは小さければ $-$) をデータに割り当てることである. 2 つの時系列を取り, 時間の経過につれてデータを引き出す. 時刻 t において 2 つのデータが $+$ なら 1 を加える. 時刻 t に一方が $+$ でもう一方が $-$ なら -1 を加える. 両方とも $-$ なら 1 を加える. 2 つの時系列から得られる 1 および -1 を足し合わせてデータの個数で割る. この量 ρ は相関の強さの一番簡単な指標である. ρ が正で大きければ正の相関, ρ が負で絶対値が大きければ負の相関, ρ は小さければ相関は弱い.

本論文で採用した二番目に簡単な方法は以下のとおりである. 前と同様, トレンドを取り, 各時系列の平均を求める. 各データ x_i から規格化した値 $X_i = (x_i - \overline{x})/|\overline{x}|$. を求める. 相関 ρ は

$$\rho = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i Y_i$$

で定義される. ここで X_i と Y_i は 2 つの時系列から得た規格化時系列である.

われわれは惑星系の長期積分の時系列をいくつか持っている. 加えて, 相関を取るべき物理量もいくつかある. 今回は, エネルギー, 角運動量, 角運動量の z 成分を考える. 結果は表 I に示した. まず記号の意味を説明しよう. $N + i$ $(i = 1, 2, 3)$ は未来へ向けて積分した時系列, $N - i$ $(i = 1, 2, 3)$ は過去に向けて積分した時系列である. 月を無視して計算した $N - 3$ を除いて, 他の時系列はすべて地球–月系に関しては重心を採用して積分した (see IT2002, Table I). 'Short' は時系列 $N + 2$ の最初の 1 千万年のデータである. $N \pm i$ は low-pass フィルターを通してあるが, 'short' は通していないことを注意しておく.

指摘したい最初の特徴は, 地球–金星系の相関が最大であることである. 図 1 および 2 を見て地球–金星がペアをなすであろうという印象は数値的に確認された. 表に見られる第二の特徴は, 地球–金星系が長期と短期で逆の相関を持つことである. 長期と短期時間スケールの対照は, もっと短い時間スケールのデータを使うとさらに目立つことが期待される. 1 千万年スケールでは相関は遷移状態にあるようだ. つまり, 相関は角運動量に関して弱い. エネルギー相関は長短時間スケールともに負である. 地球のエネルギーが増加すると金星のエネルギーは減少する. その逆も成り立つ. 角運動量の相関の性質は異なる. 短い時間スケールでは, エネルギーと同じ傾向を示すが, 長い時間スケールでは, 角運動量相関は正である. つまり, 両方の惑星は角運動量を同時に得たり失ったりする. 2 つの惑

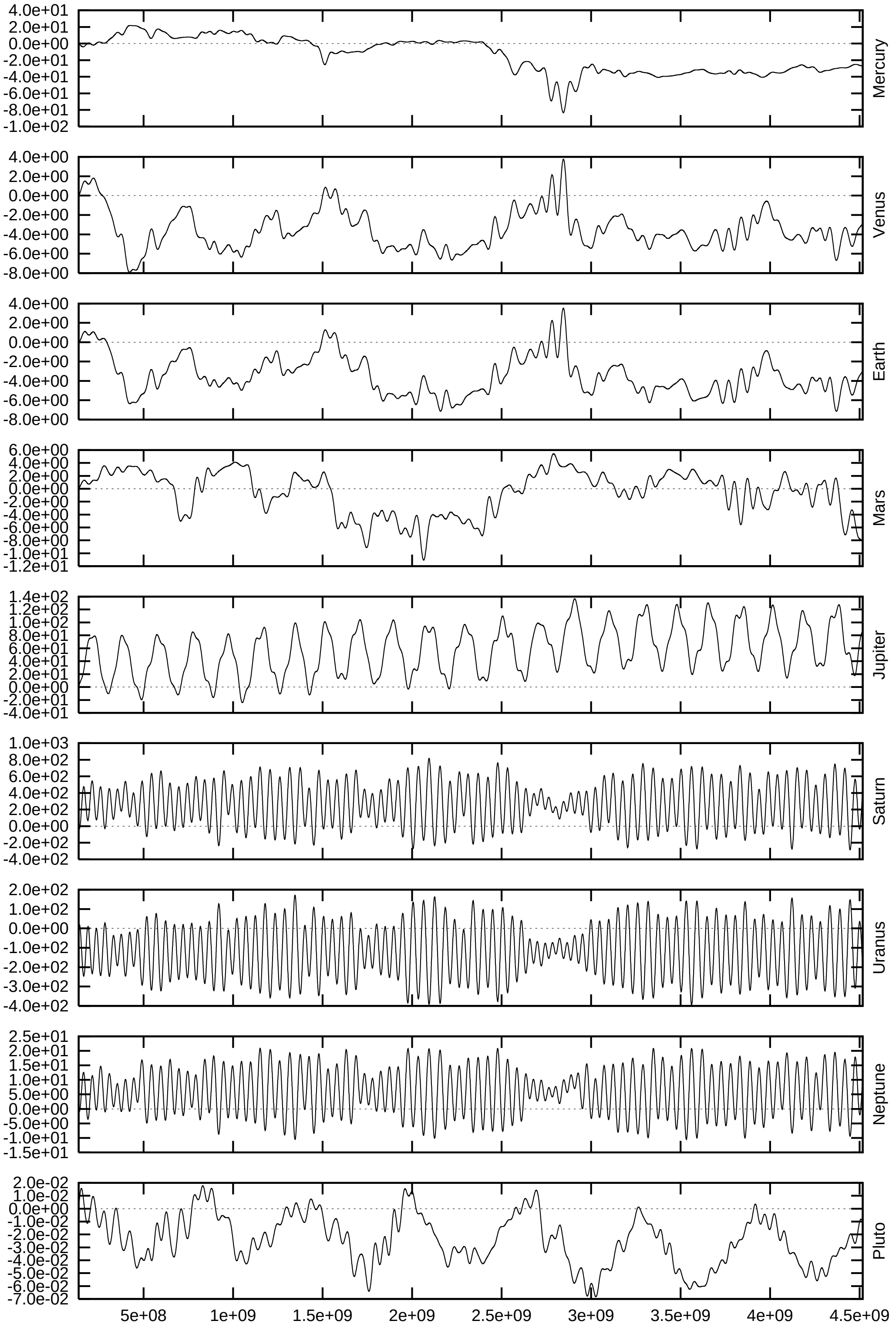


Figure 2: Variation of the angular momentum of nine planets for 4.5 billion years showing qualitatively the correlation of orbital elements (reproduced from IT2002). From the top, Mercury, Venus, Earth, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptune, and Pluto. The ordinate represnts the total angular momentum.

星は外からの摂動に対して単位として動く. 表 I の第三の特徴は思いがけないものであった. 天王星–海王星ペアが角運動量に関して強い相関を持つ. 相関は長時間スケールでは負であり, 短時間スケールでは非常に弱い. エネルギーの相関はどちらの場合も弱い. だから, 天王星と海王星は短い時間スケールでは独立に動き, 長時間スケールでは独立でない. 一方が角運動量を獲得すると, もう一方は失う. ペアとしてつながりは地球–金星系より弱い.

Table I. Correlation of the orbital energy and angular momentum in Earth–Venus, Jupiter-Saturn and Uranus–Neptune pairs.

N+1	Energy	Ang. Mom.	z-component
Venus–Earth	−9.5563e-01	8.9389e-01	9.0139e-01
Jupiter–Saturn	−4.7369e-01	−1.1749e-02	−9.9988e-03
Uranus–Neptune	9.6988e-02	−9.4638e-01	−9.4363e-01
N+2			
Venus–Earth	−9.1239e-01	7.8515e-01	8.3140e-01
Jupiter–Saturn	−2.0947e-01	2.2497e-03	5.9993e-03
Uranus–Neptune	−3.7995e-02	−9.0689e-01	−9.0414e-01
N+3			
Venus–Earth	−7.5304e-01	9.9014e-01	9.9272e-01
Jupiter–Saturn	−5.7535e-01	5.5392e-01	5.6135e-01
Uranus–Neptune	−2.3225e-01	−1.5655e-01	−1.4569e-01
N-1			
Venus–Earth	−9.0385e-01	9.1585e-01	8.6786e-01
Jupiter–Saturn	−3.1795e-01	−6.6656e-03	−4.6659e-03
Uranus–Neptune	1.2198e-01	−9.0218e-01	−8.9585e-01
N-2			
Venus–Earth	−8.8844e-01	8.5159e-01	8.8302e-01
Jupiter–Saturn	−5.0593e-01	−4.3422e-02	−4.1708e-02
Uranus–Neptune	5.6563e-02	−9.6215e-01	−9.5958e-01
N-3			
Venus–Earth	−8.2674e-01	9.5758e-01	8.5702e-01
Jupiter–Saturn	−8.1674e-01	3.8252e-01	3.8395e-01
Uranus–Neptune	−3.7880e-01	−1.8083e-01	−1.9054e-01
short			
Venus–Earth	−2.0819e-01	−1.7899e-02	−1.5059e-01
Jupiter–Saturn	−6.6097e-02	−4.5458e-01	−4.5498e-01
Uranus–Neptune	−3.3998e-03	−4.2998e-03	−3.3998e-03

水星と火星が長期の角運動量に関し互いに正の相関を持つように見えるのは面白い. しかし, これはそれぞれが地球–金星系と負の相関を持つ結果であり, 火星と水星が部分系をなすとは言えない.

2.3 惑星グループ

いままでのところ, わが太陽系の安定性問題への努力の多くは, 衛星, 小惑星, リングなどの小質量天体の運動に集中してきた. 最近カイパーベルト天体がそのリストに加わった. 言い換えると, ほとんどの研究は安定性問題を制限問題として扱った. つまり, 安定性を調べるべき天体は質量が無視できて, 摂動天体になんの反作用も及ぼさないのである (Wisdom, 1987; Lissauer, 1999; Lecar et al., 2001 などの概観論文を見よ).

ときどき太陽系全体の安定性を調べる数値研究が行なわれてきた. Eckert (1951) による 350 年の数値積分が最初であった. 次に時間順に, Cohen & Hubbard (1965) の 12 万年, Cohen et al. (1973) の百万年, Kinoshita & Nakai (1984) の 5 百万年, Nobili et al. (1989) も 1 億年と続く. 2002 年現在, 最長記録は IT2002 の 9 惑星の 50 億年である. IT2002 の示

すところによると, わが太陽系は過去40億年, 未来50億年安定である.

わが太陽系の惑星グループの安定性の系統的研究は少ない. 初期の試みのひとつがGladman (1993)によって, その後Chambers et al. (1996)によって行なわれた. Ito & Tanikawa (1999またはIT1999)は彼らのアイデアが現実の太陽系に適用できることの重要性に気づいた. IT1999ははじめて地球型惑星の形成に先んじて木星があった可能性を吟味した. 木星型惑星とくに木星の存在が地球型グループの形成過程に影響したし, 現在も影響を与えているはずだ, というのがIT1999のアイデアである.

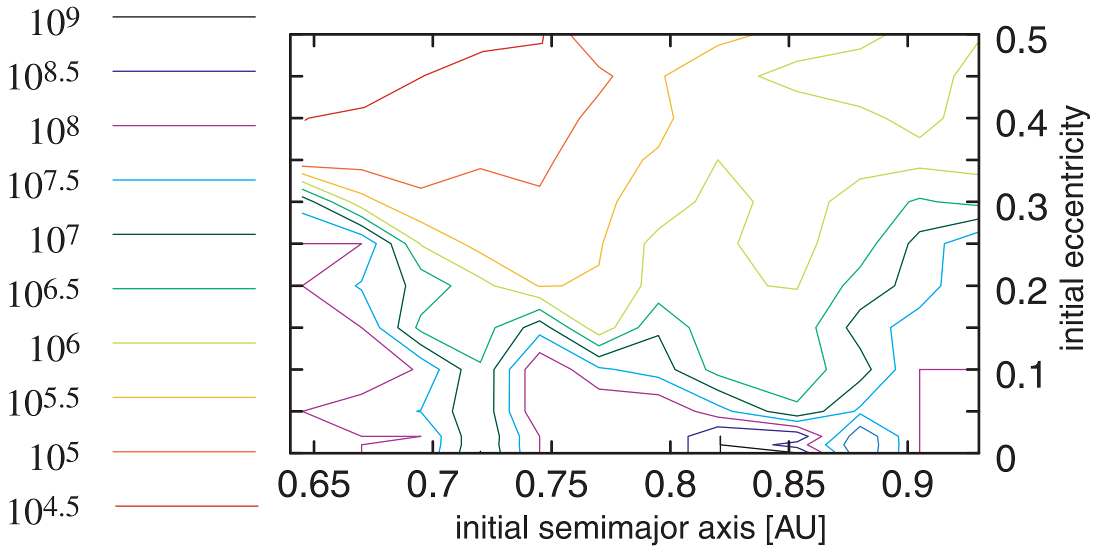


Figure 3: The contours of the same instability time. The results of the numerical integrations with the Earth and Venus merged. The ordinate and abscissa are the semimajor axis and eccentricity of a merger. The inclination is related to e by $2I = e$.

Ito & Tanikawa (2001 or IT2001)はいわゆる外惑星系(あるいは木星型惑星系)が部分系をなし, ほかのグループから影響を受けないことを指摘した. 実際, 木星型惑星グループの運動は地球型惑星グループがなくても変らないであろう. 一方, 地球型惑星グループは木星から永年摂動を受けているが($\sim$ 木星の近日点の30万年周期), 分けて受け持つことによりそれを無力化している(IT1999).

この種の部分系の意味と役割をチェックするために, 地球型惑星系を変更して何が起こるかを見るのがよさそうである. Innanen et al. (1998)は地球型惑星をひとつずつ取り去ることにより, 内惑星系の力学的安定性を吟味した. かれらによると, 地球–月系を取り除いたときに劇的な現象が生じる. 金星の軌道離心率が大振幅で振動する. 水星を入れると, 金星の代りに水星の離心率が大きく振動する. 金星はほぼ木星による永年共鳴の位置にある. Innanen et al. (1998)は地球–月系が永年共鳴を抑えていると解釈した. IT1999はこの現象に少し異なる解釈を与えた. 地球型惑星は木星からの永年摂動を分け合っているのである. 内惑星すべての離心率は上昇する. 機構は簡単である. 木星からの摂動いより, 金星の離心率が上昇する. 表Iの長期時間スケールの相関に応じて地球の離心率が上昇する. 言い換えると, 地球は金星と離心率の上昇を分け合っている. 離心率の上昇の度合は分け合いによって小さくなる.

安定性をチェックするもうひとつのやり方は2つの惑星を合体させることである. 全質量, 全エネルギーと全角運動量を保存させるのは制限が厳しすぎる. そこで全質量を保存し, エネルギーまたは角運動量を保存させる. 上の保存則で指定される位置のまわりで

変更系の安定性を調べる. 合体天体が地球と金星の合体質量を持ち, 軌道離心率を無視した地球, 金星の軌道エネルギーを持つとすると, 合体天体の位置は$a \simeq 0.855$AUあたりにくる. 実際には, 合体天体を$a = 0.645$AUと$a = 0.930$AUの間に置き, 離心率は0から0.5の値を与えた. 軌道傾斜角は$e = 2I$の関係で与えた. これは計算量を減らすためである. 異なる初期値の数は150以上に達した.

安定性解析の結果は3図に示した. 横軸は合体天体の軌道半長径, 縦軸は同じく離心率または軌道傾斜角である. 軌道交差が生じたら不安定とする. 今の場合, つねに水星が軌道交差を起こした. 図には等不安定時間線を描いた. 紫色の曲線は1億年に対応する. つまり系は1億年まで安定である. 系の最終運命を知るにはもっと長い計算が必要である. $e = 0$のところに$a = 0.72$と$a = 0.88$を中心としてふたつの不安定区間を見ることができる. これらは外惑星からの永年共鳴の位置である. 4図がこれを説明する. 4図(top)では, $a = 0.73$に置いた合体天体と水星の永年共鳴運動が示される. 合体天体の位置は木星との共鳴位置に近い. 合体天体の離心率が上昇する代りに水星の離心率が上昇する. 色が薄いのは点の数が少ないからであり, 水星がたちまち不安定になるからである. 図4(middle)と(bottom)は合体天体を$a = 0.88$に置いたときに, 水星が木星および海王星との永年共鳴運動する様子を示す. 数値積分は多くの場合$t = 10^8$年で止めた. $a = 0.8$と$a = 0.85$の間, 離心率の小さな領域では, 積分を$t = 10^9$年まで行なった. 図3の安定領域は, 積分時間を長くすれば当然小さくなる.

結論として, 地球と金星が太陽系形成初期に合体すると, 水星は高い確率で不安定になり逃げてしまう. 地球や金星が地球型惑星領域において占めているいまの位置が惑星系の安定性に寄与している. IT1999が指摘したように, 地球型惑星は木星からの永年摂動を分け合うことによりそれを弱めて安定性を保っている. 地球–金星系は摂動効果を分配する役目を担っている.

2.4 独立惑星部分系

Innanen et al. (1997)は面白い数値シミュレーションを行なった. 彼らは, 太陽から400AUのところに太陽系の不変面からいろいろな角度で傾いて円運動する$0.02 \sim 0.5M_{\odot}$の伴星を置いた. 彼らは連星内の惑星系の安定性を見ようとした. 代表例として木星型惑星系 (木星, 土星, 天王星, 海王星) を取り, 伴星の摂動の下でのこれらの運動を見た. 期待されたのは, 古在機構が惑星に個別に働き, 惑星の軌道傾斜角が独立に動いてすぐに近接衝突を引き起こすことであった. ところが適当にパラメータを選ぶと, 木星型惑星系は安定であった. 個々の惑星に働く古在機構を抑制され, 惑星の昇交点の運動が同期した. 彼らはこれを 力学的剛性 とよんだ.

われわれの文脈では, Innanen et al. (1997, 1998)の2つの実験は内的および外的摂動に抗しての惑星間の結びつきの強さをチェックする道具として使える. 最初の実験 (Innanen et al., 1997) は外部摂動に抗しての系の統一性のチェックである. 第二の実験 (Innanen et al., 1998) は系の内的剛性のテストするのに使える. それぞれの副節でこれらについて説明する. どちらの場合も, 2つの部分系に剛性がなく, しかも安定であるなら, 2つの部分系は独立であると見なすことができる.

ここでは, 実験数が少ないという意味で予備的な結果を示すわが惑星系を3つの部分系に分ける. [1] 水星, 金星, 地球, 火星, 木星; [2] 土星; [3] 天王星, 海王星, 冥王星. われわれが行なう数値実験は, 第二グループ (土星) ありなしの2種類の軌道数値積分である.

2.4.1 内的摂動への剛性

1億年にわたる2種類の積分を行なう. 最初のシミュレーションではグループ[1]とグループ[2]+[3]の軌道を20°傾けて積分する. 第二にシミュレーションでは, グループ[1]とグループ[3]の軌道を20°傾けて積分する. 第二のシミュレーションにはグループ[2]を含めない (図5(a)を見よ).

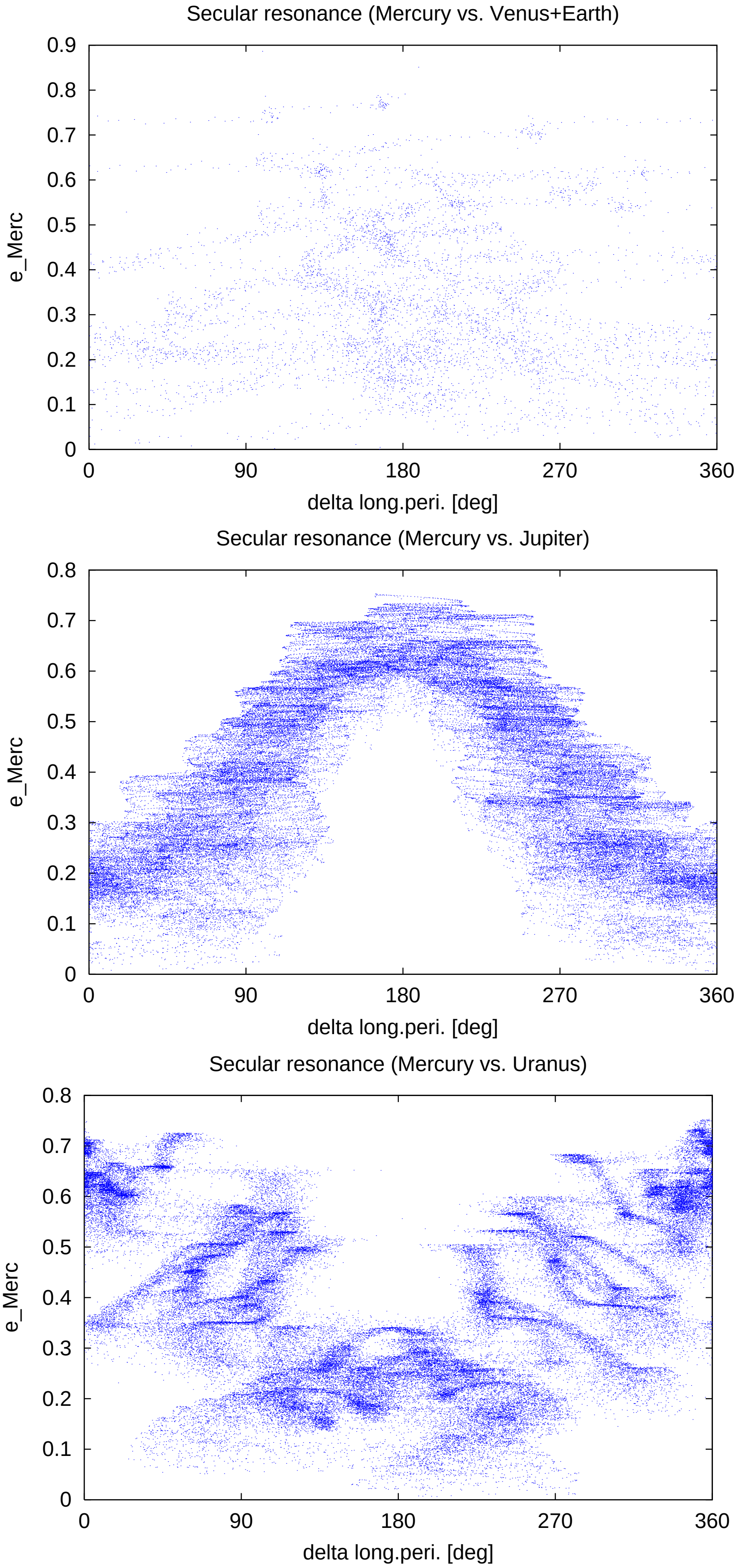


Figure 4: Secular resonance of Mercury (top) with the meregr at $a \sim 0.73$AU and (middle) with Jupiter when the merger is at $a \sim 0.88$AU, (bottom) with Uranus when the merger is at $a \sim 0.88$AU.

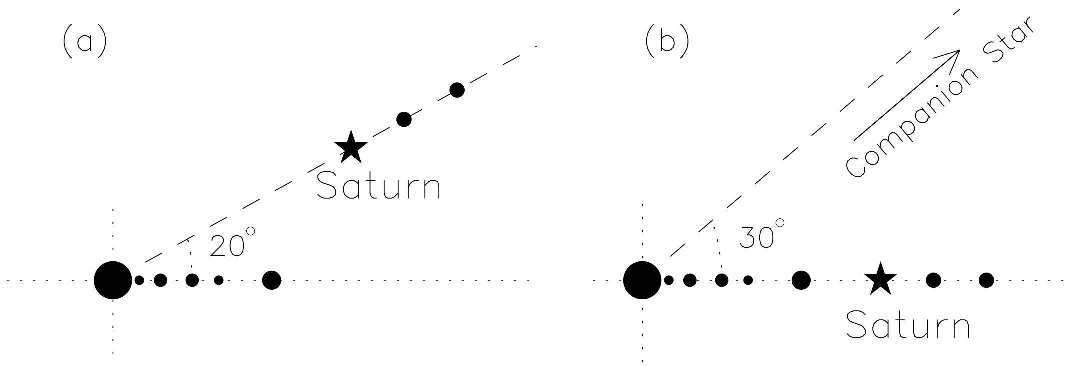


Figure 5: Initial configurations of planets for checking rigidity, (a) rigidity against internal perturbation, (b) rigidity against external perturbation.

可能な結果を整理しておくと, (i) 最初の計算で, 系は不安定であり, 第二の計算では安定; (ii) どちらの計算でも系は不安定; (iii) どちらの計算でも系は安定. 結果 (i) なら, 土星は外惑星系と内惑星系をつなぐ要の役割を果たし, 惑星系が土星がないとき 2 つの独立な部分系に別れる. 結果 (ii) なら, 惑星間のつながりは土星があってもなくても十分に強く, 現在と異なる配置にすると不安定化する. 結果 (iii) なら, この研究に使用したパラメータは部分系の独立性をチェックするのに相応しくない.

数値結果は図 6 に示した. ほぼ $t = 4.4 \times 10^6$ 年に土星ありの系は水星の離心率が 0.8 以上 (図 6 の上パネル), 軌道傾斜角が 60° (図 6 の下パネル) になって不安定化する. 土星なしの系では, 水星の離心率は 0.18 と 0.23 の間を安定に振動し軌道傾斜角も同様な変動を行なう (図 7). これで結果 (i) が得られた. 土星は外惑星系と内惑星系をつなぐ要の役割を果たす. 地球型惑星系は惑星系全体の剛性に参加することを注意しておく. これは木星からの摂動に抗して地球型惑星が剛性を示したことを確認するものである.

2.4.2 外的摂動への剛性

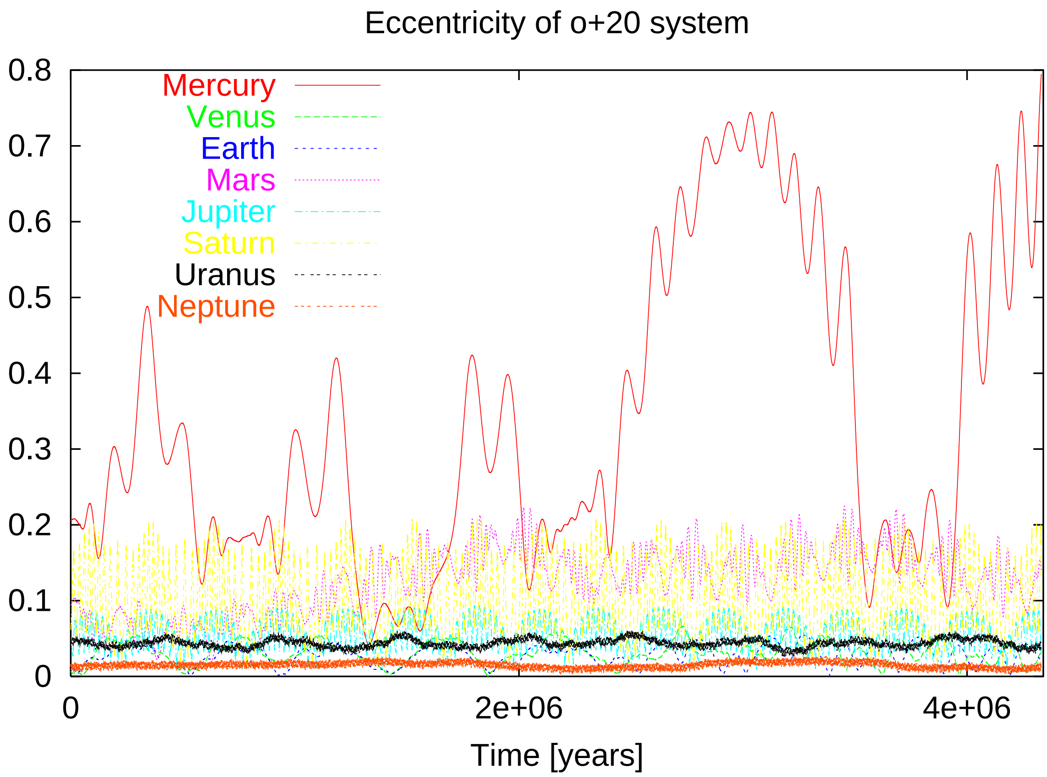
Innanen et al.'s (1997) の数値実験を外部摂動に抗しての惑星間の結びつきの強さを測る手法として使おう. 剛性は系の単一性を意味する. 2 つの部分系の間に剛性がなく, しかもともに安定であるなら, この 2 つの系は独立であるとみなせる.

2 種類の計算を行なう. ひとつは土星あり, もう一つは土星なしである. どちらの場合も質量 $0.2M_{\odot}$ の摂動天体は太陽から 500AU の距離を軌道傾斜角 30° で円運動する. 初期配置は図 5(b) に示した. 積分時間は 1 億年である. 結果は図 8 および 9 に示した. 面白いことに, どちらの系も安定で, 昇交点 Ω の運動は同期した. 初期に昇交点は各軌道上でたらめに分布していても, 時間とともに収斂する. 惑星の軌道傾斜角も一緒に動く (図 8 の中段の図). 目立つ違いと言えば, 土星がいないときに水星の離心率が小さいことである. 土星による結びつきがなくても木星は天王星や海王星の運動に影響を与える. これは意外な結果であった.

2.4.1 と 2.4.2 節の結果の違いからすると, 惑星グループの独立性の吟味は注意深く行なうべきである. 異なるチェック法により, 単純なやり方では見逃される系の微妙な違いを区別でいる. 木星の存在または非存在は, 内惑星系と外惑星系の独立性にもっと直接関係するであろう.

3. 議論とまとめ

ここでは惑星のグループをいくつか調べた. そのうちのいくつかはわが太陽系に存在しない. 特定のグループが存在することは惑星や惑星系形成過程を反映しているはずであ



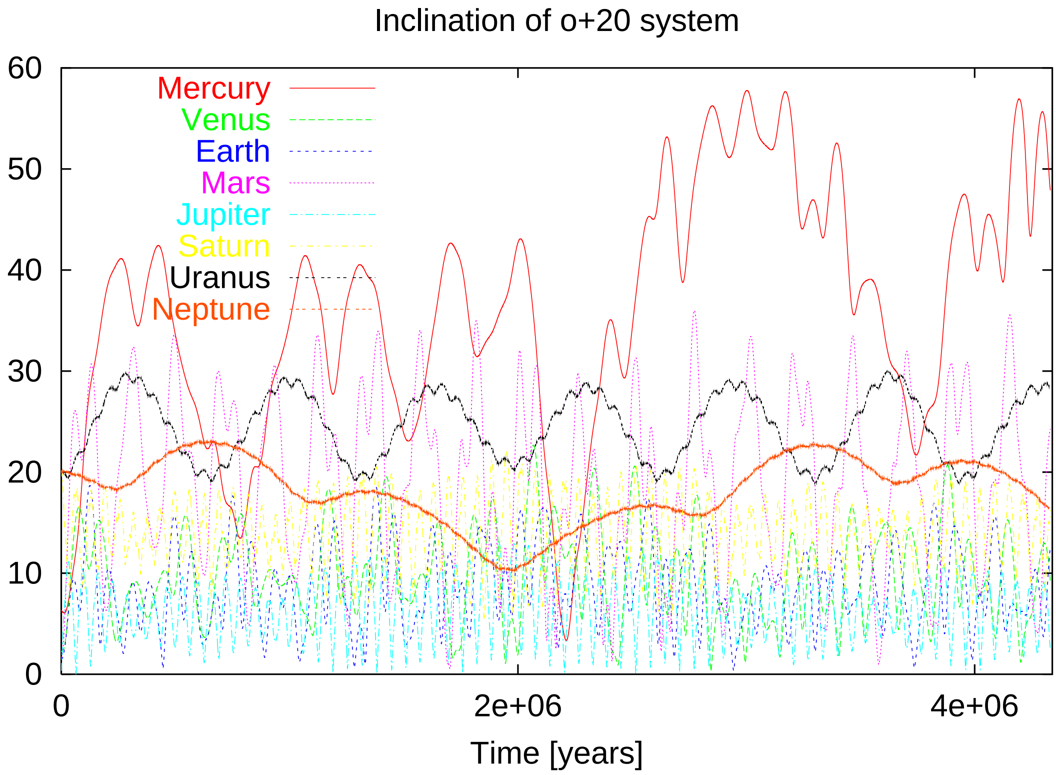


Figure 6: Rigidity against internal perturbations. The planetary system of Fig. 5 (a) is unstable if Saturn exists. Variations of eccentricities (top) and inclinations (bottom) of planets.

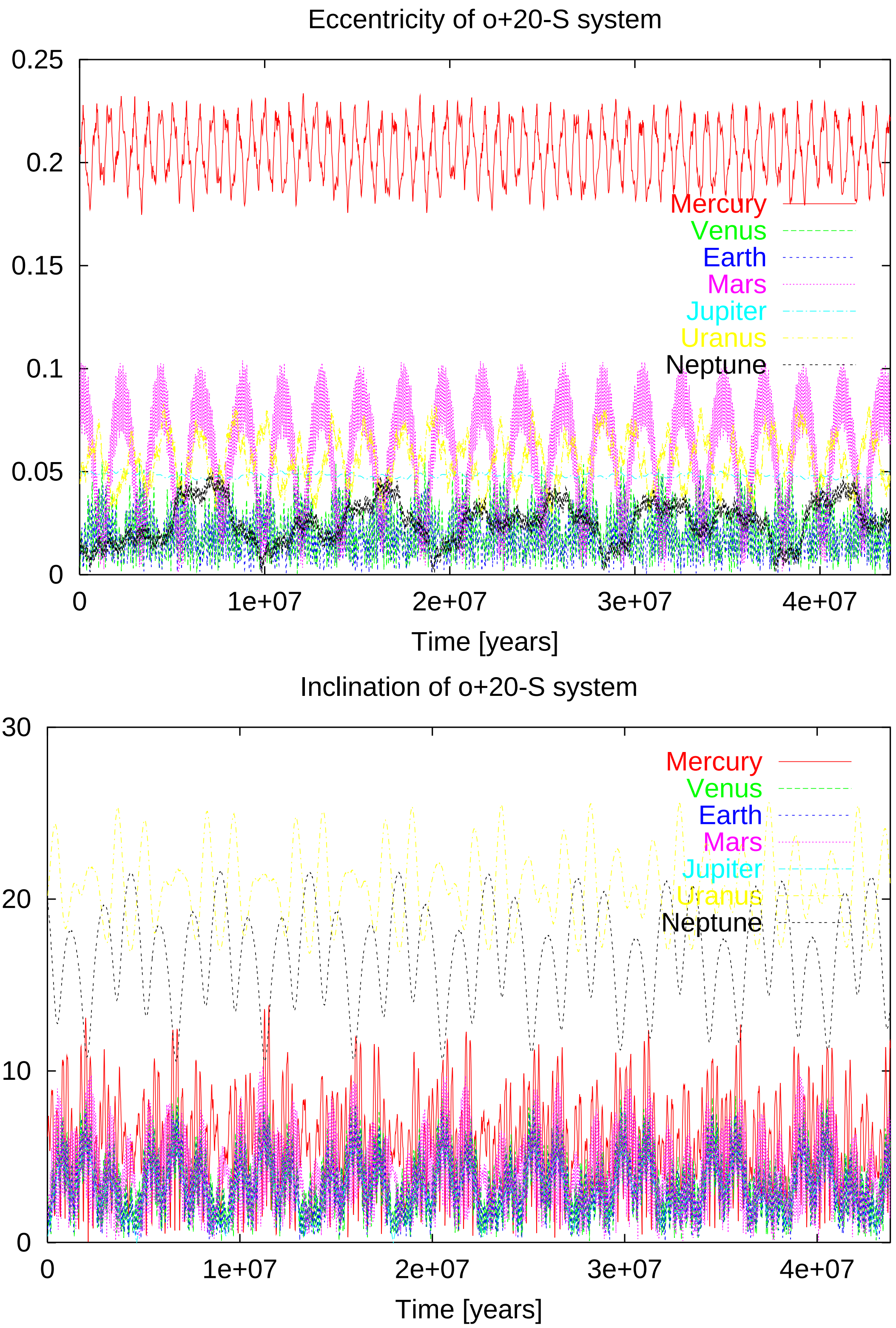


Figure 7: Rigidity against internal perturbations. The planetary system of Fig. 5(a) is stable if Saturn does not exist. Variations of eccentricities (top) and inclinations (bottom) of planets.

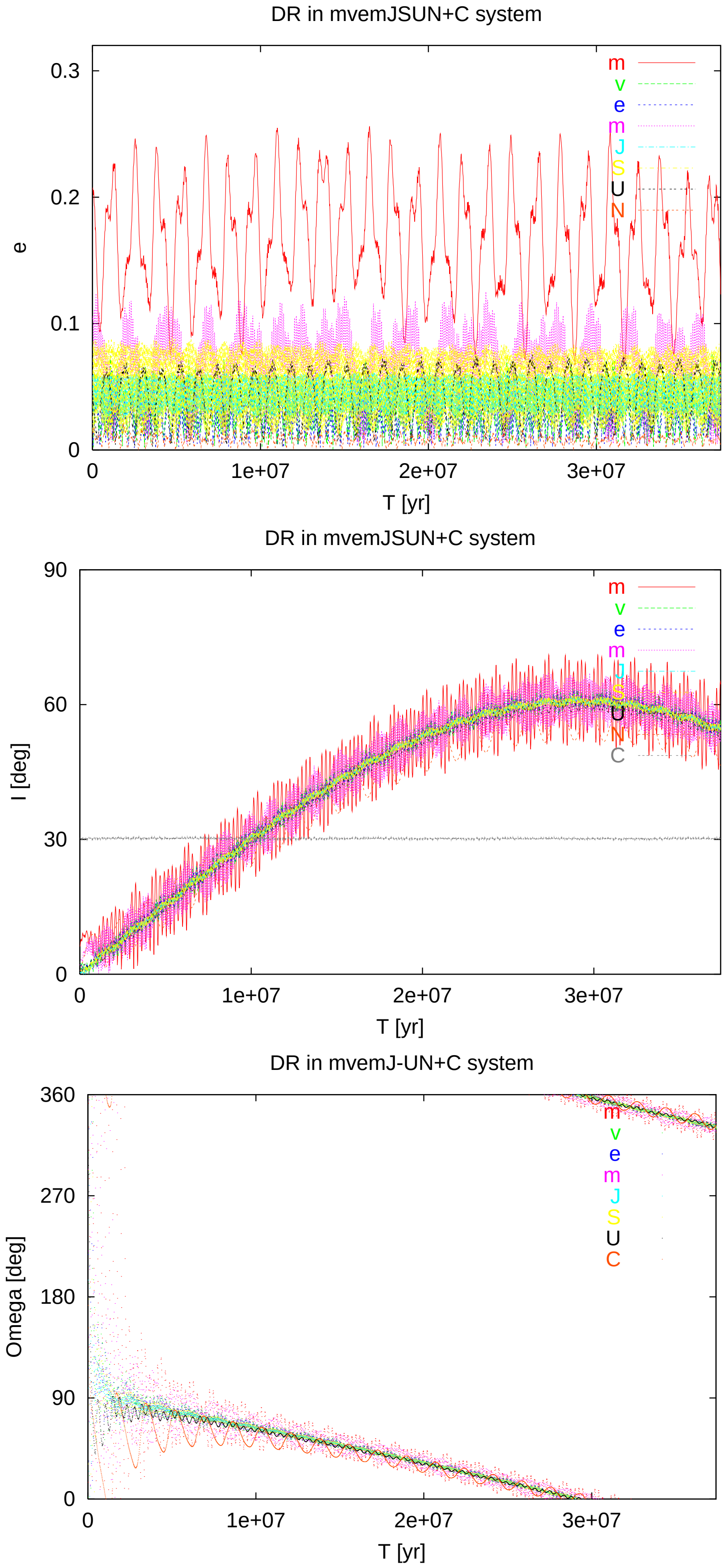


Figure 8: Rigidity of the planetary system with Saturn against external perturbations. Variations of eccentricities (top), inclinations (middle), and nodes (bottom) of planets.

る. たとえば, わが太陽系には連惑星がひとつもない. 連小惑星や連カイパーベルト天体はあるのに. 冥王星とシャロンは連カイパーベルト天体とも解釈できる. 地球–月系は連惑星とも考えられるか? ただ, 現在のところ月の生成をうまく説明している巨大衝突仮説では, もちろん衝突以前に地球の存在が仮定されている. この仮説は連惑星と両立しない. 同じ程度の質量の連惑星を得るためには, 異なる形成過程を考える必要があるだろう. それとも巨大衝突は連惑星を作り得るのか?

連惑星はある意味ではパラドックスである. 多重惑星系を考えてみよう. 一般に, 構成天体が大接近すると系は不安定になる. ところが, 2 つが十分に近づいて, しかも近づいたままになると, この 2 つは部分系を形成し, 系全体はふたたび安定になる. この違いは, 多体相互作用によって, 重力エネルギーが連星から解放されて, 残りの構成天体に運動エネルギーとして与えられたことである. 全系が十分に負のエネルギーを持っていれば, この運動エネルギーは全エネルギーと相殺せず, 系は安定にとどまる. こうして小質量の連惑星が形成し得るのである. 散逸媒質があればエネルギーを吸収するから連惑星の形成は促進される. 微惑星はエネルギー吸収源のひとつである. 惑星系は形成時にエネルギーを放出する. オールト雲はこのエネルギー放出の結果としてできた天体と解釈することもできる.

部分系として, いとこ惑星は連惑星 (姉妹惑星) と惑星グループの中間に位置する. 力学的には, 連惑星は単一の天体とみなせる場合が多い. 重心の運動を考えるだけで十分な場合が多いのである. 本研究では, いとこ惑星が重要であることがわかった. ひとつには, 成分惑星の片方はもう一方の成分の軌道不安定性を抑制すること, もうひとつには, 自分が受けた摂動を相手に伝えることがあるからである. これによって, 自分達が属する大きな部分系の安定性に寄与する. 地球–金星系はよい例である. 天王星–海王星も弱いながらいとこ惑星と見ることができる. 軌道数値積分によれば, N 体的考察が重要である. 永年摂動論は質量なしの微小天体の永年共鳴位置を与える. 質量の無視できない摂動系では, 永年摂動の効果は減殺されたり, 系の外に出されたりする.

惑星グループは緩く結びついた互いに力学的依存関係にある惑星の集まりである. 典型的な例が地球型惑星系である. Innanen et al. (1998) が示したとおり, 重要メンバーが抜けると, 地球型惑星系は外部摂動に対して不安定になる. 本論文では, メンバーの 2 つを合体させると, やはり系が外部摂動に対して不安定になることを見た. たとえメンバーのひとつが摂動天体との (制限問題としての) 永年共鳴位置にあっても, メンバー全体が摂動を分け合って部分系全体を安定化する. 惑星の配置そのものが系の安定性に寄与しているのである. これは形成過程に強い制限条件を課す.

2 つの独立惑星系がひとつの星のまわりに存在するなら, 惑星形成過程が 2 度起こったと言えるであろう. このような系は連星系のまわりに期待できる. 惑星系のひとつは連星成分のひとつのまわりにでき, もうひとつは連星のまわりにできる.

References

[1] Brouwer, D. and van Woerkom, A.: The secular variations of the orbital elements of the principal planets, *Astron. Pap. Amer. Ephemeris. Naut. Alm.* **13**, 81–107 (1950).

[2] Chambers, J.E., Wetherill, G.W., and Boss, A.P.: The stability of multi-planet systems, *Icarus* **119**, 261–268 (1996).

[3] Cohen, C.J. and Hubbard, E.C.: Libration of the close approaches of Pluto to Neptune *Astron. Journal* **70**, 10 (1965)

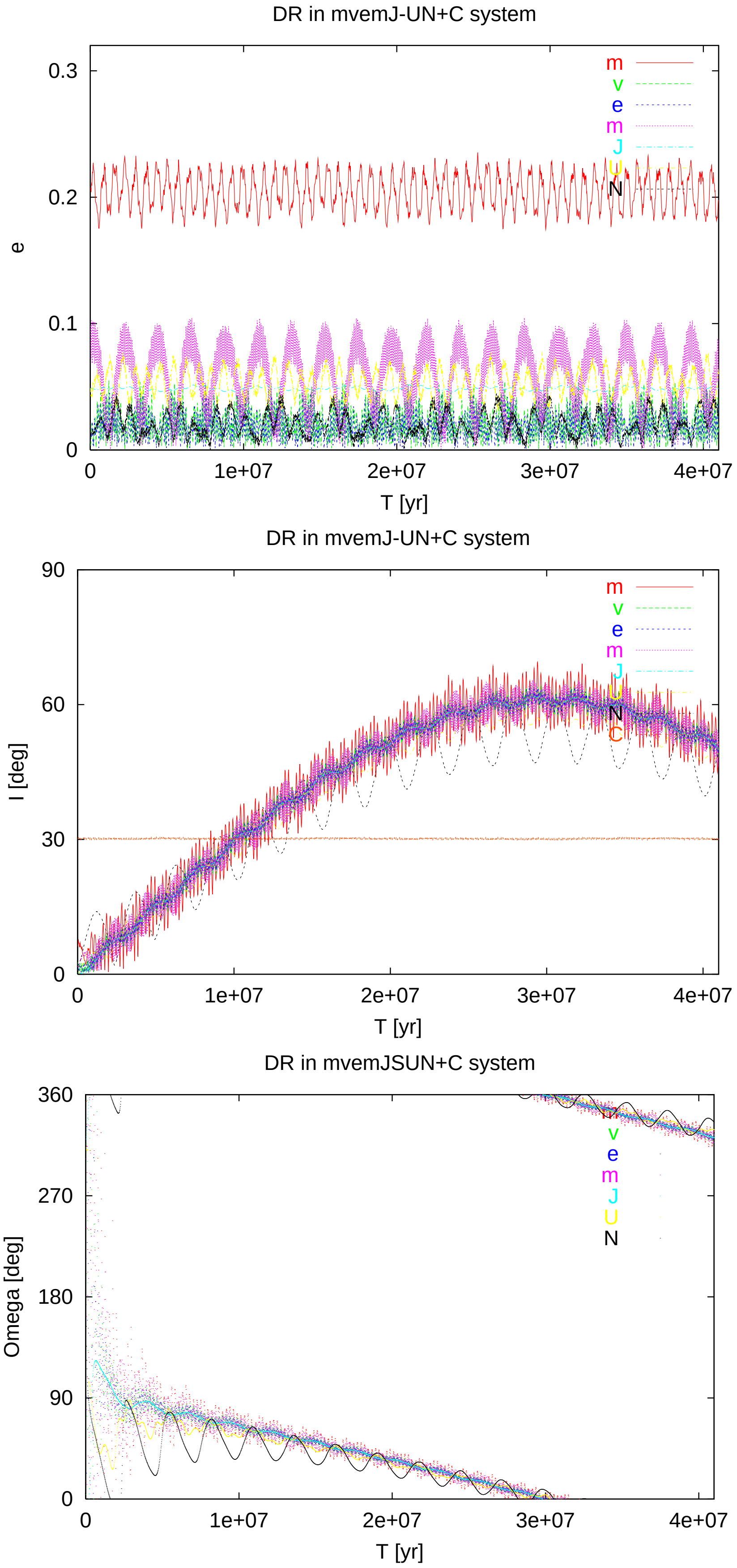


Figure 9: Rigidity of the planetary system without Saturn against external perturbations. Variations of eccentricities (top), inclinations (middle), and nodes (bottom) of planets.

[4] Cohen, C.J., Hubbard, E.C., and Oesterwinter, C.: Planetary elements for 10000000 years, *Celest. Mech.* **7**, 438–448 (1973),

[5] Eckert, W.J.: Numerical theory of the five outer planets, *Astron. Journal* **56**, 38 (1951).

[6] Gladman, B.: Dynamics of systems of two close planets, *Icarus* **106**, 247–263 (1993).

[7] Innanen, K.A., Zheng, J.Q., Mikkola, S., and Valtonen, M.J.: The Kozai mechanism and the stability of planetary orbits in binary star systems, *Astron. J.* **113**, 1915–1919 (1997).

[8] Innanen, K., Mikkola, S., and Wiegert, P.: The Earth–Moon System and the Dynamical Stability of the Inner Solar System, *Astron. Journal* **116**, 2055–2057 (1998).

[9] Ito, T. and Tanikawa, K. (IT1999): Stability and instability of the terrestrial protoplanet system and their possible roles in the final stage of planet formation, *Icarus*, **139**, 336–349, 1999.

[10] Ito, T. and Tanikawa, K. (IT2001): Stability of terrestrial protoplanet systems and alignment of orbital elements, *Publ. Astron. Soc. Japan* **53**, 143–151 (2001).

[11] Ito, T. and Tanikawa, K. (IT2002): Long-term integrations and stability of planetary orbits in our solar system, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **335**, 2002 (in press).

[12] Kinoshita, H. and Nakai, H.: Motions of the perihelions of Neptune and Pluto, *Celest. Mech.* **34**, 203–217 (1984).

[13] Kinoshita, H. and Nakai, H.: The motion of Pluto over the age of the solar system, in *Dynamics, ephemerides and Astrometry in the Solar System*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp.61–70 (1995).

[14] Kinoshita, H. and Nakai, H.: Long-term behavior of the motion of Pluto over 5.5 billion years, *Earth, Moon, Planets* **72**, 165–173 (1996).

[15] Laskar, J.: Large-scale chaos in the solar system *Astron. Astrophys.* **287**, L9–L12 (1994).

[16] Lecar, M.L., Franklin, F.A., Holman, M.J., and Murray, N.W.: Chaos in the solar system, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **39**, 581–631 (2001).

[17] Lissauer, J.: Chaotic motion in the solar system, *Reviews of Modern Phys.* **71**, 835–845 (1999).

[18] Mikkola, S. and Innanen, K.: Orbital Stability of Planetary Quasi-Satellites in *The Dynamical Behaviour of our Planetary System*, Proceedings of the Fourth Alexander von Humboldt Colloquium on Celestial Mechanics, Kulwer Academic Publishers, edited by R. Dvorak and J. Henrard, p.345 (1997).

[19] Milani, A., Nobili, A.M., Carpino, M.: Dynamics of Pluto, *Icarus* **82**, 200–217 (1989).

[20] Nobili, A.M., Milani, A., Carpino, M.: Fundamental frequencies and small divisors in the orbits of the outer planets, *Astron. Astrophys.* **210**, 313–336 (1989).

[21] Wiegert, P., Innanen, K., and Mikkola, S.: The stability of quasi satellites in the outer solar system, *Astron. J* **119**, 1978–1984 (2000).

[22] Wisdom, J.: Urey prize lecture: Chaotic dynamics in the solar system, *Icarus* **72**, 241–275 (1987).