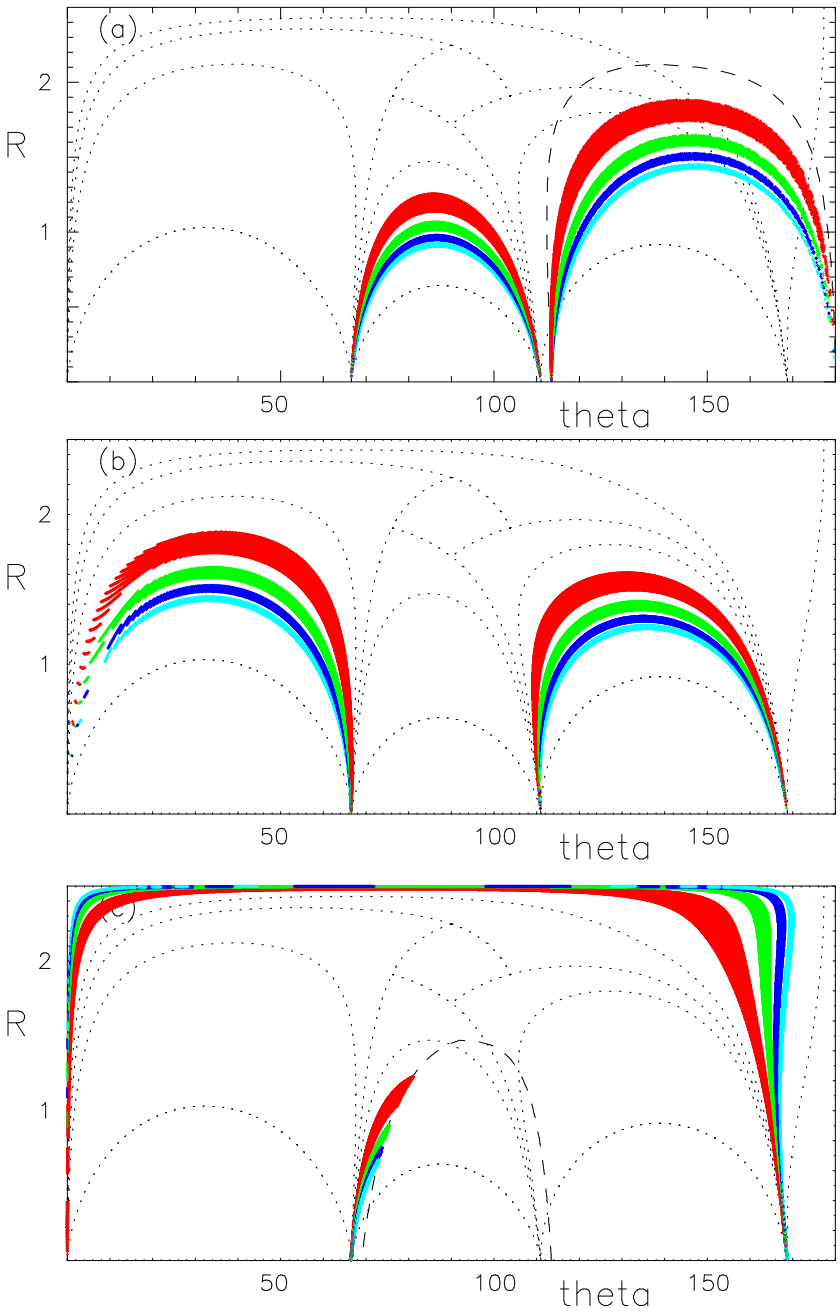

Figure 6: $\mathcal{C}$, $\mathcal{R}$, および $\mathcal{T}$ 内の領域の像. (a) 記号列 $1.2(1)^31\ldots$, $1.2(1)^51\ldots$, $1.2(1)^71\ldots$, および $1.2(1)^91\ldots$ を持つ $\mathcal{C}$ 内の 4 つの帯は $\mathcal{R}'$ 内の 4 つの帯に写る. (b) 記号列 $1.21(2)^31\ldots$, $1.21(2)^51\ldots$, $1.21(2)^71\ldots$, および $1.21(2)^91\ldots$ を持つ $\mathcal{R}$ 内の 4 つの帯は $\mathcal{L}$ 内の 4 つの帯に写る. (c) 記号列 $1.212(1)^31\ldots$, $1.212(1)^51\ldots$, $1.212(1)^71\ldots$, および $1.212(1)^91\ldots$ を持つ $\mathcal{T}$ 内の帯は $\mathcal{C}\backslash\mathcal{C}'$ 内の 4 つの帯に写る. 対応する領域の色は同じにした.

の形の記号列を持つ 3 本の帯が $\mathcal{R}\backslash(\mathcal{C}'\cup\mathcal{R}')$ 内の 3 本の帯に写されている. 図 7(b) では, I_2 内の記号列 $1.(21)^31\ldots$, $1.(21)^51\ldots$, および $1.(21)^71\ldots$ に対応する 3 本の帯が $\mathcal{T}\backslash\mathcal{R}'$ 内の 3 本の帯に写されている. 図 7(c) では, I_3 内の記号列 $1.(21)^322\ldots$, $1.(21)^522\ldots$, および $1.(21)^722\ldots$ に対応する 3 本の帯が I_1 内の 3 本の帯に写されている. 図 7(d) では, I_4 内の記号列 $1.(21)^41\ldots$, $1.(21)^61\ldots$, および $1.(21)^81\ldots$ に対応する帯が $I_2\backslash\mathcal{C}'$ 内の 3 本の帯に写されている.

I_7 と I_8 はそれぞれ I_5 と I_6 に写される. I_{11} と I_{12} はそれぞれ I_9 と I_{10} に写される. 最後に, I_9 と I_{10} はエスケープ軌道に対応する. そこで I_9, I_{10}, I_{11} および I_{12} を即時エスケープ領域と呼ぶ.

表 V には領域 $I_i, i=1,2,\ldots,12$ とそれに対応する記号列, 加えて横断面との次の交点を記載した. すでに指摘したとおり, I_5 と I_6 の場合には異なる n の記号列が上下におり重なっていることに注意しよう.

D. 周期記号列および周期軌道

周期記号列を求めるために, 表 V のデータを使って I_i の間の点の遷移グラフを作り図 8 に示す. 記号列が周期的であるための必要条件は, ある I_i から出発して同じ I_i に戻ることである. 図には最短のルートが 4 つある. すなわち $I_1\rightleftharpoons I_3$, $I_2\rightleftharpoons I_4$, $I_5\rightleftharpoons I_7$, および $I_6\rightleftharpoons I_8$ である. しかし, 最初の 2 つは除くべきである. IV.C 節で記述したとおり, この 2 つの遷移はそれぞれの領域での一方的な移動に対応しており, 周期記号列は期待できない.

遷移 $I_5\rightleftharpoons I_7$ を考える. I_5 内の記号列の形は $1.(2)^n1\ldots$, $n\geq 2$, I_7 内の記号列の形は $1.21(2)^m\ldots$, $m\geq 2$ である. すると, 周期列はワード $1(2)^n12, n\geq 2$ を含むはずである. 同様に $I_6\rightleftharpoons I_8$ の遷移からワード $12(1)^n2$ を得る. 最初のいくつかのワード例を表 VI に記載した.

表 VI. 可能な周期ワード

5	6	7	8
12212	122212	1222212	12222212
12112	121112	1211112	12111112

幾何学的には周期記号列は曲線または帯の交点として求めることができる. ワード $1c_2c_3\ldots c_{n-1}2$ が周期記号列の最小単位であるとする. 対応する周期記号列は $(2c_2c_3\ldots c_{n-1}1)^\infty.(2c_2c_3\ldots c_{n-1}1)^\infty$ の形をしているはずである. このとき $1.(2c_2c_3\ldots c_{n-1}1)^\infty$ は I_i のどれかに入っており, 列 $1.(2\bar{c}_{n-1}\ldots\bar{c}_3\bar{c}_21)^\infty$ は別の I_j に入っている. 対応する周期記号列は, 未来記号列 $1.(2c_2c_3\ldots c_{n-1}1)^\infty$ を持つ点の帯と未来記号列 $1.(2\bar{c}_{n-1}\ldots\bar{c}_3\bar{c}_21)^\infty$ を持つ点の帯の共通部分である. 前者を $I(1.(2c_2c_3\ldots c_{n-1}1)^\infty$ と書き, 後者を $I^t(1.(2\bar{c}_{n-1}\ldots\bar{c}_3\bar{c}_21)^\infty)$ と書こう. ここで $I^t(1.(2\bar{c}_{n-1}\ldots\bar{c}_3\bar{c}_21)^\infty)$ は $I(1.(2\bar{c}_{n-1}\ldots\ \bar{c}_3\bar{c}_21)^\infty)$ を $(\theta,R)\ \rightarrow$