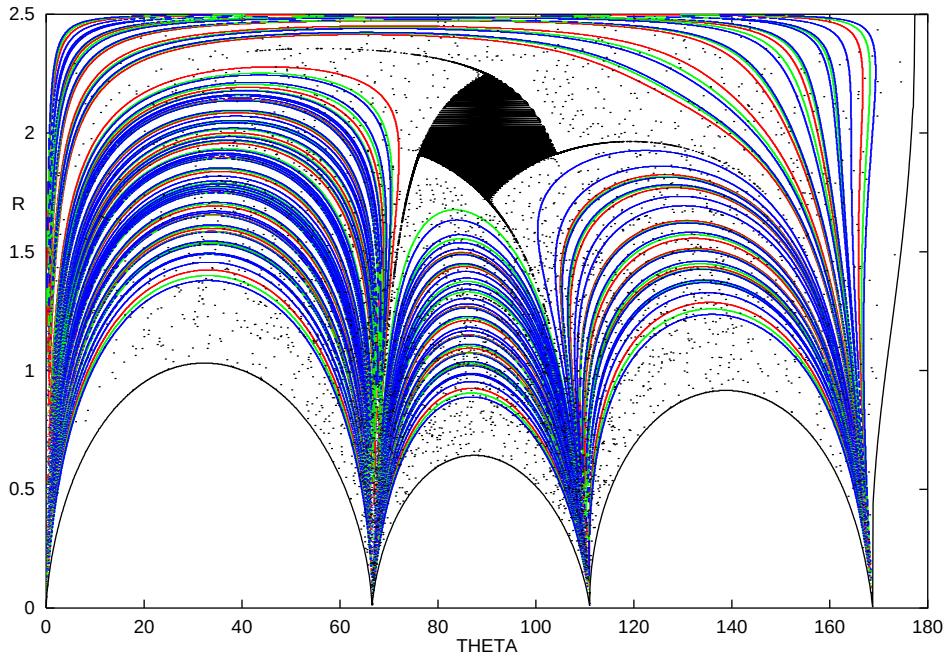

Figure 5: 長さ 10, 11, および 12 の記号列から生じる三体衝突曲線, Schubart 領域および安定領域のすぐ外を出発する軌道からの横断面上の点. 詳しくは本文参照.

3 記号列と三体衝突

負エネルギーの一次元三体問題の粒子は, 三体衝突を起こさない限り, 必然的に二体衝突を繰り返す. このことを使うと, 軌道に沿っての二体衝突の行程 (itinerary) を参照しつつ 3 粒子の運動の歴史を分類することができる. 記号列を以下のようにして作る. 粒子 1 と 0 が衝突したら記号「1」を列に加え, 粒子 0 と 2 が衝突したら記号「2」を繋げる. たとえば, エスケープ領域を出発する軌道は記号列 22222..... を生じる. 意味は, 距離 q_2 が繰り返しゼロになることである. というのは粒子 2 と 0 が連星として生き残ったからである. 一方, Q–P 領域では (Schubart 領域ともよばれる. Schubart(1956) がこの領域の中心に周期軌道を発見した), 記号列は無限の未来まで交代型 21212121.... である. すべての軌道の記号列を有限の長さまで考察すればわかるように, 初期値面は異なる記号列によって異なる領域に分割される. たとえば, 最初の記号だけを考えるなら, 領域 $0° < \theta < 180°$ ではどの軌道に対しても記号は 2 であり, 上で述べた対称性により, 領域 $-180° < \theta < 0$ では記号は 1 である. この 2 つの領域の間, すなわち $\theta = 0$ には, 本質的にはひとつの軌道しかない. それはすべての時間にわたって $q_1 = q_2$ なる同形軌道 (homographic orbit) である. これは三体衝突軌道である. ただし, 運動は二体運動 (実効質量に変えて) に帰着するから運動は正則である. もっと一般に, 面上で記号列が変化することは三体衝突の存在を意味する. 境界では (有限) 列の最後の記号は同時に 1 と 2 である. つま