り 2 つの角度が与えられる．$\varphi = 0$ は二体衝突に対応すると考える．だから衝突点は 2 つの異なる記号の境界として見つけることができる．$\triangle$ と $\cdot$ の間，$+$ と $\bullet$ の間，そして $\times$ と $\circ$ の間，である．

いくつか注意が必要である．S_5 内の衝突点を見逃す可能性がある．これを避けるため，R を変えて，同じことをすべてやり直すべきである．われわれの手続きは，第三体が比較的遠い場合に有効である．わが手法の適用範囲は数値的にチェックすべきであろう．最後に，D は細かい構造を持っているかもしれない．この場合，網目をもっと細かくする必要があるだろう．

積分プログラムは 4 次の Runge-Kutta 法に，二体接近のときの Levi-Civita 正則化法を加えたものである．数値精度は有名なピタゴラス問題を積分することによって吟味した (Szebehely & Peters, 1967)．三体系が分裂するまで積分はしなかった．$G = 1, M = 1, \overline{AB} = 1$ なる単位を取ると，積分時間は典型的には 10 である．これはピタゴラス問題のエスケープ時間 60 より短い．

3．手法の数値的吟味

まず，$n_{min} = 1$ として手法を吟味する．序で指摘したとおり，領域 D の 3 つの境界 $\Gamma_i, i = 1, 2, 3$ は対称性を持つ三体問題に対応する．Γ_1 と Γ_3 は少なくとも $n_{min} = 1$ の場合はタイプ–2 の二体衝突曲線である．なぜなら，m_1 と m_3 が近接ペアであり，これらの相互距離の最初の極小で衝突が起こるからである．Γ_2 の場合，事情はやや込み入っている．m_2 と m_3 が衝突することには何の問題もない．ただ，m_1 は，m_2 と m_3 が衝突する前にその重心を通過する．この瞬間に m_1 と m_2 の相互距離，あるいは同じことだが，m_1 と m_3 の相互距離は極小を経験するのであろうか．Γ_2 の点はタイプ–1 またはタイプ–4 の可能性がある．最初の目標はわが数値手法を用いてこれら境界を求めることである．

初期値空間をサイズ $(\Delta x, \Delta y) = (10^{-2}, 10^{-2})$ の網目に分割し，格子点から出発する軌道を積分する．結果を図 5 に示した．理解を助けるため，D を含む初期 (x, y) 面を図示した．図 5(a), 5(b), 5(c), および 5(d) はそれぞれ $R = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$, および 10^{-4} の場合に対応する．図 5(a) では，$R = 10^{-1}$ で上記の網目サイズではすべての点が S_1, S_2, または S_3 に属することを示す．とくに，D の点はすべて $\circ$ 印となっている．つまり，m_1 と m_3 の近接衝突が生じる．これは期待どおりである．他の領域の場合も期待どおりである．Γ_1 も Γ_3 も $\circ$ と $\times$ に挟まれている．この結果は Γ_1 と Γ_3 がタイプ–2 の衝突曲線である事実と調和する．この 2 つの境界に関してはわが手法はうまく働いた．一方，Γ_2 は Δ と $\circ$ に挟まれている．このことから，Γ_2 が衝突曲線であるとは言えない．

図 5(b) には無印領域が現われる．これは S_0 に対応する領域である．なぜなら，S_5 は $n_{min} = 1$ のときは存在しないからである．無印領域では，二体近接衝突が 10^{-2} 以内にならない．図 5(c) および 5(d) において，この傾向が増大する．この現象は Anosova et al(1989) によっても観察された．これで，Γ_1 および Γ_3 に対して，このパラメータでわが手法が有効であることがわかった．

けれども Γ_2 についてはどうなんだ？ Γ_2 では二体近接衝突が 10^{-2} にまで近づかないのか？もう少し詳しく調べる必要がある．$\Delta x = 2 \times 10^{-5}$, $\Delta y = 10^{-2}$ および $R = 10^{-4}$ と取る．結果を図 5(e) に示した．x 方向に大きく拡大していることに注意しよう．Γ_2 のまわりの構造は細かく複雑に見える．上で指摘したように，Γ_2 の点はタイプ–1 またはタイプ–2 の可能性がある．タイプ–1 の場合，点は $+$ と $\bullet$ に挟まれ，タイプ–4 の場合，$\times$ と $\cdot$ または $\circ$ と Δ に挟まれる．Γ_2 の上部はタイプ–1 であることがわかる．つまり，最小距離は r_{23} が達成する．このことは，Γ_2 の上部を出発するいくつかの軌道で，時間の関数として 3 つの相互距離を描いて確認した．ただし，この極小値はゼロである．したがって r_{12} と r_{13} は，m_2 と m_3 の重心を m_1 が通

過する間に極小にならない．Γ_2 のこの部分はタイプ–1 の衝突曲線である．Γ_2 の下部では，こうはならない．たとえば，x が負のときに Δ で，x が正のときに $\circ$ であると，x が負のときに m_1 と m_2 の近接衝突が起こり，x が正のときに m_1 と m_3 の近接衝突が起こる．つまり，Γ_2 上の r_{12} と r_{13} を等辺とする二等辺三角形は，m_2 と m_3 の間を m_1 が通過するときにゼロでない距離の極小を達成するのである．だから，Γ_2 のこの部分の点はタイプ–4 であろう．予備的な解析によると，Γ_2 の上部と下部の間に三体衝突点が存在する．Γ_2 の上および近傍における D の構造の詳しい解析は将来の問題として残しておく．

表 II(a). Positions of the binary collision points of type 1 for $n_{min} = 2$.

x	y	θ	time	v/h	φ	$\Delta x/\Delta y$
0.4200000	0.4369369	2.8583	0.6547	v	$+-$	10^{-7}
0.4100000	0.4318979	2.8517	0.6497	v	$+-$	10^{-7}
0.4050000	0.4291917	2.8456	0.6470	v	$+-$	10^{-7}
0.4030000	0.4280645	2.8460	0.6458	v	$-+$	10^{-9*}
0.4000000	0.4263124	2.8599	0.6439	v	$-+$	10^{-7}
0.3800000	0.4133726	2.9046	0.6314	v	$-+$	10^{-7}
0.3600000	0.3983746	2.9344	0.6182	v	$-+$	10^{-7}
0.3386657	0.3800000	2.9609	0.6034	h	$+-$	10^{-7}
0.3183789	0.3600000	2.9831	0.5886	h	$+-$	10^{-7}
0.3004792	0.3400000	3.0013	0.5749	h	$+-$	10^{-7}
0.2845334	0.3200000	3.0170	0.5622	h	$+-$	10^{-7}
0.2702483	0.3000000	3.0306	0.5505	h	$+-$	10^{-7}
0.2574134	0.2800000	3.0425	0.5395	h	$+-$	10^{-7}
0.2458712	0.2600000	3.0537	0.5293	h	$+-$	10^{-7}
0.2355006	0.2400000	3.0632	0.5198	h	$+-$	10^{-7}
0.2262059	0.2200000	3.0729	0.5111	h	$+-$	10^{-8}
0.2179108	0.2000000	3.0805	0.5030	h	$+-$	10^{-8}
0.2105530	0.1800000	3.0885	0.4957	h	$+-$	10^{-8}
0.2040820	0.1600000	3.0970	0.4891	h	$+-$	10^{-8}
0.1984563	0.1400000	3.1021	0.4833	h	$+-$	10^{-10}
0.1969779	0.1342000	3.1040	0.4817	h	$+-$	10^{-11}
0.1969281	0.1340000	3.1049	0.4816	h	$-+$	10^{-11}
0.1969281	0.1200000	3.1049	0.4816	h	$-+$	10^{-10}
0.1896108	0.1000000	3.1140	0.4737	h	$-+$	10^{-11}
0.1863410	0.0800000	3.1169	0.4701	h	$-+$	10^{-11} *
0.1838152	0.0600000	3.1252	0.4673	h	$-+$	10^{-10} *
0.1820201	0.0400000	3.1296	0.4653	h	$+-$	10^{-12} **

$n_{min} = 1$ 野場合の吟味の結果をまとめよう．

(i) $\Gamma_i, i = 1, 3$ はタイプ–2 の衝突曲線として現われる．Γ_2 の一部はタイプ–1 の衝突曲線である．

(ii) 網目の細かさは重要である．目が粗すぎると，二体衝突点を見逃す可能性がある

次に $n_{min} = 2$ の場合にわが手法を吟味しよう．数値結果を図 6 に示した．図 6(a), 6(b), および 6(c) は $R = 10^{-1}, 10^{-2}$, および 10^{-3} に対応する．網目のサイズは $\Delta x = \Delta y = 10^{-2}$ である．図 6(d) は図 6(c) 内のの四角領域を，$\Delta x = \Delta y = 10^{-3}$ で拡大した図であり，図 6(e) は図 6(d) 内の四角領域を $\Delta x = \Delta y = 6 \times 10^{-5}$ で拡大した図である．

ここでも, 無印領域は第二の極小が R より大きかったことを示す. Γ_3 の下部はタイプ–2 の衝突曲線のはずである. なぜなら m_2 は連星 m_1 と m_3 から遠く, 連星は m_2 が近づく前に二体衝突を繰り返すからである. この議論は点 B に近いほどあてはまる.

図 6(a) から図 6(c) までを見ると, Γ_3 の中央付近から出発して左下に向かって伸び, Γ_1 にまで達する曲線に沿って二体衝突点がある. 図 6(d) と 6(e) はこの示唆を強く支持する. 2 本の二体衝突曲線が図 6(d) を斜めに横切っているように見える. ひとつはタイプ–3 であり, もうひとつはタイプ–1 である. 図 6(a) が示唆するところによると, これらの曲線は下は x 軸にまで, 上は領域 D の円境界にまで達している. これを確認するために, 期待される曲線を横切って一連の軌道積分を行なった. やり方は簡単である. ひとつの二体衝突点を得るために, x または y を固定して, y または x 方向に初期値を移動して積分する. たとえば x 軸方向に $\Delta x = 10^{-3}$ 刻みで初期値を移動させたとする. φ の符号がどこかで変化したとして, $|\varphi|$ の最小値がたとえば 10^{-2} 度より大きければ, $|\varphi|$ が最小値と取った初期点を含む小さな区間を取って, そこを細かい網目 $\Delta x = 10^{-4}$ に分割する. この過程を $|\varphi|$ がどこかの初期で 10^{-2} 度以下になるまで繰り返す. 結果は表 II に示した.

表 II(b). Positions of the binary collision points of type 3 for $n_{min} = 2$.

x	y	θ	time	v/h	φ	$\Delta x/\Delta y$
0.4200000	0.4340855	0.6947	0.6537	v	$+-$	10^{-7}
0.4100000	0.4307602	0.7166	0.6491	v	$+-$	10^{-8}
0.4050000	0.4289388	0.7337	0.6468	v	$+-$	10^{-7}
0.4030000	0.4281709	0.7412	0.6459	v	$-+$	10^{-8}
0.4000000	0.4269686	0.7359	0.6443	v	$-+$	10^{-7}
0.3800000	0.4178744	0.7232	0.6328	v	$-+$	10^{-7}
0.3600000	0.4069613	0.7128	0.6199	v	$-+$	10^{-7}
0.3341236	0.3900000	0.6963	0.6014	h	$+-$	10^{-6}
0.3209127	0.3800000	0.6859	0.5912	h	$+-$	10^{-6}
0.2977338	0.3600000	0.6633	0.5723	h	$+-$	10^{-6}
0.2778482	0.3400000	0.6386	0.5548	h	$+-$	10^{-6}
0.2604930	0.3200000	0.6120	0.5387	h	$+-$	10^{-6}
0.2451897	0.3000000	0.5835	0.5237	h	$+-$	10^{-6}
0.2316135	0.2800000	0.5533	0.5097	h	$+-$	10^{-6}
0.2195321	0.2600000	0.5215	0.4968	h	$+-$	10^{-6}
0.2087723	0.2400000	0.4882	0.4849	h	$+-$	10^{-6}
0.1992013	0.2200000	0.4533	0.4740	h	$+-$	10^{-6}
0.1907150	0.2000000	0.4171	0.4640	h	$+-$	10^{-6}
0.1832301	0.1800000	0.3795	0.4549	h	$+-$	10^{-6}
0.1766795	0.1600000	0.3407	0.4468	h	$+-$	10^{-6}
0.1710086	0.1400000	0.3008	0.4396	h	$+-$	10^{-6}
0.1661732	0.1200000	0.2599	0.4334	h	$+-$	10^{-6}
0.1621372	0.1000000	0.2181	0.4281	h	$+-$	10^{-5}
0.1588718	0.0800000	0.1754	0.4237	h	$+-$	10^{-5}
0.1563544	0.0600000	0.2181	0.4203	h	$+-$	10^{-5}
0.1545680	0.0400000	0.1321	0.4179	h	$+-$	10^{-5}
0.1535008	0.0200000	0.0833	0.4165	h	$+-$	10^{-5}
0.1532346	0.0100000	0.0221	0.4161	h	$+-$	10^{-5}
0.1531680	0.0050000	0.0111	0.4160	h	$+-$	10^{-3}
0.1531459	0.0001000	0.0002	0.4160	h	$+-$	10^{-3}

表 II(a) と (b) において, 第一欄と二欄は二体衝突点の (x, y) 座標を示し, 第三欄は 2 節で定義した方位角 θ を表す. 第四欄は近接衝突を起こす時刻である. この瞬間に φ は典型的に 10^{-2} 度より小さい. 第五欄と六欄は初期値面での移動方向を示す. 'h' は水平方向で左から右, 'v' は垂直方向で下から上である. 'h' かつ $+-$ なら, 初期値面での動きは左から右で, φ の符号が二体衝突点において正から負に変ったことを意味する. 同様に. 'v' かつ $+-$ なら, 初期値面での動きは垂直下から上であり, φ の符号は二体衝突点において正から負に変ったことを意味する最後に, 最終欄は 1 次元サーベイの場合に, $|\varphi|$ が 10^{-2} 度未満になったときの網目の格子サイズを示す. 数字の肩の星印は R の値が異なることを示す. 普通は $R = 10^{-3}$ を採用した. 星印 1 つと 2 つはそれぞれ $R = 10^{-4}$ と $R = 10^{-5}$ に対応する.

第一の重要な観察として, 円境界曲線 Γ_3 の上でタイプ–1 とタイプ 3 の二体衝突曲線が交わることである. これは, 異なるタイプの 3 本の衝突曲線が 1 点で交わることを意味する. というのは, この交点のまわりの Γ_3 の点は $n_{min} = 2$ の場合のタイプ–2 の衝突点だからである. 同時にタイプ–1, –2, および–3 の二体衝突点は m_1, m_2, および m_3 の衝突に自然に対応する点であり, 三体衝突点である. これを確かめるために, Γ_2 に沿って, 交点の上と下の点の軌道積分を行なう. 軌道を図 7 に示した. 図 7(a) は交点の上, $(x, y) = (0.4008347, 0.4341623)$ から出発する軌道を描き, 図 7(b) は交点の下, $(x, y) = (0.4063779, 0.4226183)$ から出発する軌道を描いている. 確実に言えることは, この 2 つの初期条件の間に三体衝突があることである. 事実, 図 7(a) の場合, m_2 は m_1 と m_3 の二体衝突の場所に早く到着しすぎであり, 連星が衝突する前に連星間を通り抜ける. 一方, 図 7(b) では, 二体衝突の場所に到着するのが遅すぎて, 連星が衝突した後に連星間を通過する. Γ_3 に沿っての問題の連続性と単調性より, 上の 2 つの初期条件の間にただひとつ, 連星が衝突するそのときに m_3 が到着する初期条件があるはずである.

第二の重要な観察は, 水平方向あるいは垂直方向に沿っての φ のふるまいが三体衝突のところで変化することである. これは表 II に見える. 表 II(a) において, φ の符号のふるまいは $x = 0.405$ と $x = 0.403$ の間で変化する. 三体衝突点は Γ_3 上 $(x, y) = (0.4035..., 0.4284...)$ にある. 二体衝突点が三体衝突点の右にあるなら, 二体衝突点の下および上にある点に対して, φ の符号は $+$ および $-$ であり, 二体衝突点が三体衝突点の左にあるなら, 二体衝突点の下および上にある点に対して, φ の符号は $-$ および $+$ である. これは表 II(b) でも確かめられる. この観察は新しい三体衝突点を得るのに使える. 実際, 表 II(a) にも見られるように, $y = 0.1340...$ と $y = 0.1342...$ の間に三体衝突点が存在する証拠がある. この点は次の論文で議論する. とくに D 内部での三体衝突点について議論する.

三番目の観察は, 衝突軌道の安定性に関係する. 表 II(a) と (b) の最終欄に記載した最小網目格子サイズは x または y 方向に初期条件をずらしたときの衝突軌道の安定性を反映する. 実際, 二体衝突点の厳密な場所を知っているとし, そこからある方向にずれた場所の軌道を積分するとしよう. 衝突軌道が不安定であるとすると, 近傍の軌道は衝突軌道から離れていく. 配位空間における相互距離は最大リャプノフ指数 λ の指数関数で増大する. すると, 2 つの有限天体の間の近接衝突が起こるための最大ずれの値は $\exp\lambda$ の逆数に比例する, つまり衝突軌道の安定性に逆比例する. 同様の議論は運動方向についてもあてはまる. もっと精密な議論が必要であるが, 二体衝突点は, 表 II の最終欄の値が小さければ小さいほど不安定であるといえる.

このとき, 衝突曲線の性質についていくつかのことがいえる. まず, タイプ–1 とタイプ–3 の衝突曲線の安定性は異なる. 前者は x 軸に近づくと極めて不安定になる. 一方, 後者はそこでは安定である. 第二に, どちらの曲線も Γ_3 上の三体衝突点に近づくと不安定になる. 第三に, 曲線を三体衝突点を越えて追いかけると, 相対的安定性が逆転する. つまり, D 内ではタイプ–3 の衝突曲線はタイプ–1 の衝突曲線より安定であったが, 外では逆転する.

4. 二体衝突曲線と三体衝突

前節では, わが数値手法を吟味し, $n_{min}=1$ および 2 のときそれが有効であることを見た. ここで n_{min} は最小相互距離の極小の数であった. 本節では, n_{min} を大きくして衝突点の探索を続ける. 三体系における最初の収縮における二体衝突に注意を集中する. 衝突曲線の分布則を見つけたい.

図 8 は探索の結果である. 図において, 実線はタイプ–1 の衝突曲線, 点線はタイプ–2 の衝突曲線, 破線はタイプ–3 の曲線である. 境界曲線 $\Gamma_i, i=2,3$ 上の点は n_{min} の値に応じて衝突点であったり, 非衝突点であったりする. 境界曲線 Γ_1 上の点はつねに衝突点であるが, タイプ–2 であったり, タイプ–3 であったりする. だから, これらの曲線は実線で描いておいた. n_{min} が小さいときの曲線上の数点の位置を表 III に記載した. 読者はこの表の値を使ってわれわれの数値積分をチェックできる.

まず, n_{min} を増加させるにつれて, 3 つの衝突曲線列が B(0.5, 0) に収束するのが見える. 各列は各タイプの衝突曲線である. 軌道の形の大まかな印象を得るため, また列の意味を理解するため, 衝突曲線の各列から 4 点を選んで数値積分し, その軌道の形を図 9, 10, および 11 に示す. これらの軌道の初期値は, $B(0.5,0)$ と $C(0,\sqrt{3}/2)$ をとおる直線とこれらの曲線の交点に取った. 図 9 は $n_{min}=2,3,4,5$ に対するタイプ–3 の曲線列から取った軌道である. 図 10 は $n_{min}=2,3,4,5$ に対するタイプ–1 の曲線列から取った軌道である. 最後に, 図 11 は $n_{min}=2,3,4,5$ に対するタイプ–2 の曲線列から取った軌道である. 図 9 の場合, 軌道中の r の極小の数は容易に数えることができる. 粒子 m_2 は連星 m_1 と m_3 に遠くから近づき, 連星成分が $n_{min}-1$ 回近接衝突したあとに m_1 と衝突する. 図 10 の場合, 連星 m_2 と m_3 が衝突する前に, これらの重心を m_1 が通過する. しかし, r_{12} または r_{13} は極小距離にならない. だから図 10(a) において, n_{min} は 2 に等しい. 図一方, 11 の場合, m_1 と m_3 が衝突する前に r_{12} は最小相互距離として極小を経験する. だから図 11(a) において, n_{min} は 3 に等しい. これらの列はすべて系の最初の収縮に関係することを指摘しておく.

表 III(a). Positions of several binary collision points of type 1 for different n_{min}.

n_{min}	x	y	θ	time	v/h	φ
3	0.4500000	0.3020860	2.7956	0.6437	v	−+
3	0.4000000	0.2768580	2.9095	0.6145	v	−+
3	0.3500000	0.2367548	2.9795	0.5819	v	−+
3	0.3182720	0.2000000	3.0197	0.5593	h	+−
3	0.2879061	0.1500000	3.0597	0.5359	h	+−
3	0.2713757	0.1100000	3.0851	0.5224	h	+−
4	0.4700000	0.2413480	2.7484	0.6444	v	−+
4	0.4500000	0.2346858	2.8296	0.6336	v	−+
4	0.4000000	0.2076712	2.9303	0.6043	v	−+
4	0.3423215	0.1500000	3.0212	0 5663	h	+−
4	0.3189724	0.1000000	3.0608	0.5494	h	+−
5	0.4750000	0.2028287	2.7578	0.6420	v	−+
5	0.4500000	0.1946147	2.8446	0.6285	v	−+
5	0.3832896	0.1500000	2.9793	0.5887	h	+−
5	0.3465919	0.1000000	3.0493	0.5640	h	+−
6	0.4700000	0.1746141	2.7944	0.6364	v	−+
6	0.4000000	0.1347965	2.9674	0.5962	v	−+
6	0.3708624	0.1000000	3.0286	0.5774	h	+−
6	0.3596987	0.0800000	3.0557	0.5699	h	+−

各列内の軌道の意味はいまや明らかである．たとえば, 図 9(a), (b), (c) および (d) において, 連星 m_1 と m_3 が第二, 第三, 第四, 第五の近接衝突を行なったときにこの重心に近づく. 図 10 の軌道にパチンコ効果が働いていることに注意する．われわれの予備的な結果によると (umehara et al., 1995), これらの衝突曲線は Anosova(1991) の領域 D_n 内に含まれ, これらの曲線のまわりでは m_1 がエスケープする．

図 8 に見えるとおり, タイプ–2 (1 点鎖線) およびタイプ–3 (破線) の衝突曲線は x 軸に達する．一方タイプ–1(実線) の衝突曲線は x 軸に達しない．Γ_1(x 軸) はつねに衝突曲線である．一部はタイプ–2 でり, 他の一部はタイプ–3 である．したがって, 1 点鎖線や破線が x 軸を横切るところでは 2 つの衝突曲線が交わる. 数値的に確認したところによると, これらは三体衝突点ではない．これらの点では同じタイプの衝突曲線のみが交わる．この事情を理解するため, $n_{min} = 3$ として, タイプ–2 の衝突曲線に沿う点から出発する 4 つの軌道を積分し, その結果を図 12 に示す．面白いことに, y 座標を適当に規格化すると, この曲線上の軌道の形は, y をゼロに向けたとき, ある特定の形に収束するように見える．

表 III(b). Positions of several binary collision points of type 3 for different n_{min}.

n	x	y	θ	time	v/h	φ
3	0.4500000	0.3023168	0.6671	0.6439	v	$-+$
3	0.4000000	0.2812764	0.6239	0.6141	v	$-+$
3	0.3500000	0.2461233	0.5599	0.5784	v	$-+$
3	0.3073905	0.2000000	0.4671	0.5436	h	$+-$
3	0.2767155	0.1500000	0.3582	0.5160	h	$+-$
3	0.2568950	0.1000000	0.2426	0.4968	h	$+-$
3	0.2456624	0.0500000	0.1225	0.4855	h	$+-$
3	0.2421603	0.0100000	0.0246	0.4819	h	$+-$
4	0.4500000	0.2356965	0.6142	0.6338	v	$-+$
4	0.4000000	0.2113482	0.5556	0.6025	v	$-+$
4	0.3361021	0.1500000	0.4029	0.5551	h	$+-$
4	0.3082707	0.1000000	0.2718	0.5318	h	$+-$
4	0.2931699	0.0500000	0.1369	0.5184	h	$+-$
4	0.2885410	0.0100000	0.0271	0.5142	h	$+-$
5	0.4500000	0.1956425	0.5821	0.6284	v	$-+$
5	0.4000000	0.1680804	0.5017	0.5967	v	$-+$
5	0.3425173	0.1000000	0.3012	0.5541	h	$+-$
5	0.3237457	0.0500000	0.1513	0.5388	h	$+-$
5	0.3181079	0.0100000	0.0303	0.5340	h	$+-$
6	0.4800000	0.1772825	0.5966	0.6417	v	$-+$
6	0.4500000	0.1683652	0.5578	0.6252	v	$-+$
6	0.4000000	0.1373689	0.4538	0.5932	v	$-+$
6	0.3679738	0.1000000	0.3303	0.5702	h	$+-$
6	0.3455532	0.0500000	0.1652	0.5530	h	$+-$
6	0.3389791	0.0100000	0.0331	0.5477	h	$+-$

タイプ–2 の衝突曲線は Γ_3 を横切る．ここでも交点は三体衝突点ではない．タイプ–1 の衝突曲線を x 軸に至るまで追いかけていくと事情はたいへん複雑である．わが探索によれば, これらの曲線も x 軸に到達しているようだ．だが, 初期条件が x 軸に近づくにつれて, 衝突点を得るための精度をどんどん高くする必要がある．これは 3 節において $n_{min} = 1$ で経験したことである．これは x 軸の近くで, これらの軌道がきわめて不安定であることを示す．これは「分岐」に関係するように見える．x 軸にまで下りていくと, これらの曲線に沿ってどんどん頻繁