スーパーバブルの進化

富阪幸治

2000.11

目 次

第 1 章　スーパーバブルとは **1**
1.1　スーパーバブルの観測　(我々の銀河系) 1
1.1.1　オリオン領域 1
1.1.2　白鳥座 OB2 領域 1
1.1.3　Gum 星雲領域 2
1.1.4　太陽近傍高温領域 2
1.1.5　WIM(Reynolds Layer) 2
1.2　系外銀河　(除スターバースト銀河) 2
1.2.1　LMC 2
1.2.2　M31 3
1.2.3　M33 3
1.2.4　M101 3

第 2 章　スーパーバブルの進化 **7**
2.1　流体力学の基礎方程式 7
2.1.1　Lagrange 形式の基礎方程式 8
2.2　超新星残骸の進化 9
2.2.1　膨張則 11
2.2.2　星間磁場の効果 11
2.3　自己相似解 12
2.3.1　相似解 14
2.3.2　断熱解からずれる時期 18
2.4　近似的解法 20
2.4.1　Kompaneets 法 21
2.4.2　Virial 解析 25
2.4.3　Hnatyk (Gnatyk) 近似 28
2.4.4　Thin Shell 近似法 32
2.4.5　超新星残骸の進化　(その 2) 33
2.4.6　軸対称の場合　:平行平板中の冷却したシャルの伝搬 35

第 3 章　数値計算によるスーパーバブルの進化 **39**
3.1　1 次元球対称進化 39
3.2　2 次元軸対称平行平板ディスク内の進化 40
3.3　星間磁場の効果 43
3.4　星間磁場と密度分布の効果 45
3.4.1　超新星爆発によってドライブされる星間ガス中の乱流 48

付 録 A 衝撃波ランキン ・ユゴニオ関係 53

付 録 B 密度成層中の衝撃波の伝搬 55

付 録 C z– 方向の密度分布 57

付 録 D 磁気流体力学の基礎方程式 59

付 録 E 超新星出現率 61

第1章　スーパーバブルとは

1.1　スーパーバブルの観測　(我々の銀河系)

1.1.1　オリオン領域

オリオン・エリダヌス領域の広がった軟X線の観測から(図 1.1 左斜線の部分 Nousek 1978: PhD Thesis for Wisconsin Univ. at Madison)、0.5-2KeV 程度の高温のガスがこの領域に広がっていることが明らかになっている。このおなじ領域には、Copernicus 衛星によって紫外線の星間吸収スペクトルの中に、衝撃波加熱されたガスによる高速の吸収線系が見つかっている (Cowie, Songaila, & York 1979: ApJ 230, 469)。また、Heiles() によって (オリオン座分子雲と同じ距離にあるとして) 直径 pc の HI シェルが (図 1.1 右に斜線で示されている)、それと対応する構造として、比較的高速の視線方向速度を持つ Hα フィラメント (Reynolds & Ogden 1979: ApJ 229, 942) が見えている。

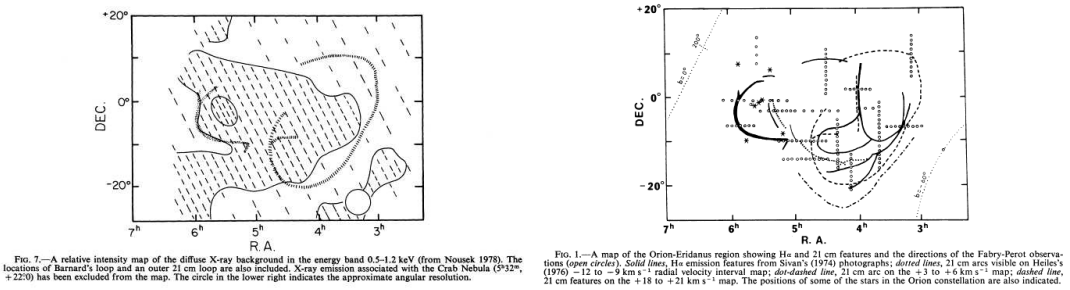

FIG. 7.—A relative intensity map of the diffuse X-ray background in the energy band 0.5–1.2 keV (from Nousek 1978). The locations of Barnard's loop and an outer 21 cm loop are also included. X-ray emission associated with the Crab Nebula (5h32m, +22°0) has been excluded from the map. The circle in the lower right indicates the approximate angular resolution.

FIG. 1.—A map of the Orion-Eridanus region showing Hα and 21 cm features and the directions of the Fabry-Perot observations (*open circles*). *Solid lines*, Hα emission features from Sivan's (1974) photographs; *dotted lines*, 21 cm arcs visible on Heiles's (1976) −12 to −9 km s^{-1} radial velocity interval map; *dot-dashed line*, 21 cm arc on the +3 to +6 km s^{-1} map; *dashed line*, 21 cm features on the +18 to +21 km s^{-1} map. The positions of some of the stars in the Orion constellation are also indicated.

図 1.1: オリオン・エリダヌス領域の広がった軟X線分布 (左)。Hα フィラメントと HI シェルの位置関係 (右)

1.1.2　白鳥座 OB2 領域

HEAO1 衛星の全天サーベイによって白鳥座領域にオリオン・エリダヌス領域と同様の構造が見つかっている (Cash et al.1990: ApJL 238,L71)。これが白鳥座 OB2 アソシエーションの距離 2kpc にあるとすると、直径 450pc にわたる広がったX線 (温度 $T \sim 10^6$K、密度 $n \sim 0.02\mathrm{cm}^{-3}$、光度 $L_X \sim 5\times10^{36}\mathrm{erg\,s}^{-1}$) と、Hα と HI のシェル・フィラメントが観測されている。図 1.2 は、これらの構造の位置関係を示している。Cyg X-2(325,+38)、Cygnus Loop(313,+31)、Cyg X-1(299,+35)、G65.2+5.7(293,+32) といった点源およびより小規模の SNR などを除くと大きなシェル型の構造が残る。この領域には白鳥座 OB1 を取り巻く領域に 50×130pc (距離 1.5kpc) の、IRAS のダストシェル、Hα フィラメント、HI のシェルという構造が見つかっている (Saken et al. 1992, ApJ 397, 537; Dewdney & Lozinskaya 1995, AJ 108,2212)。

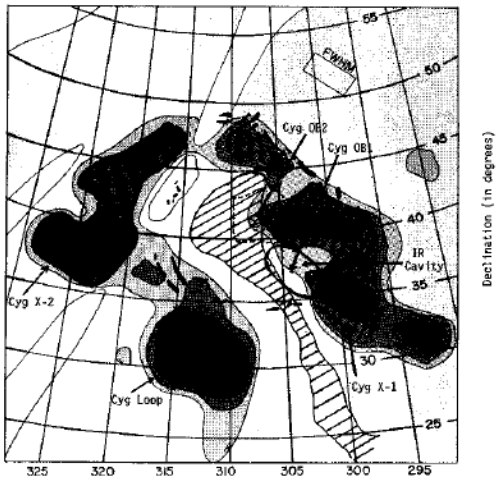

FIG. 4.—The position of the *IRAS* supershell (small oval near center) relative to the large X-ray supershell (Cash et al. 1980) and other features in the Cygnus X region. Shaded contours represent *HEAO 1* X-ray count rate, hatched region is the Cygnus rift, and black features are Hα filaments and several known X-ray sources.

図 1.2: 白鳥座 OB2 領域のスーパーバブルの構造。

1.1.3　Gum 星雲領域

1.1.4　太陽近傍高温領域

軟 X 線背景放射から太陽近傍に高温のガスが取り巻いていることが指摘されている。C-バンド (< 0.3 keV) の軟 X 線は強く星間吸収を受けるので、吸収量で $N_H \lesssim 10^{19}\mathrm{cm}^{-2}$ の近傍から放射されていると考えられる。太陽系を包んでいるこの高温の領域を太陽近傍バブル (local bubble) と呼ぶ。おおよその様子は図 1.3 のようになっており、広がった非熱的電波源 LoopI(広がった X 線源 North polar spur) と接触していると考えられている。その構造については

1.1.5　WIM(Reynolds Layer)

スケールハイト=1kpc 電離ガス

1.2　系外銀河　(除スターバースト銀河)

1.2.1　LMC

Meaburn (1980: MNRAS 192, 365) は Hα で見つかる大規模なシェル構造を $\lesssim$260pc におよぶ巨大シェルで 32 個、$\sim$ 1kpc 程度の超巨大シェルを 5 個カタログした。そのスケールの大きさからはそれらが連鎖的な星形成の結果形成したことが示唆されている。あるものは Dopita, Mathewson & Ford (1985: ApJ 297, 599) で報告されている Sharpley Constellation III 領域の直径 1.4kpc のホール、リング構造を重なっている。

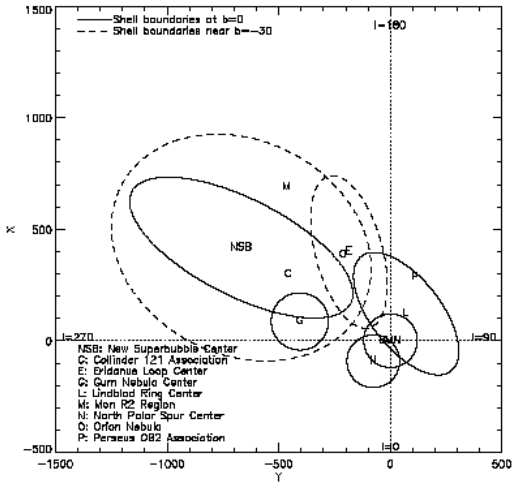

FIG. 8.—Nearby H I shells and bubbles projected onto the Galactic plane, viewed from the north Galactic pole; data are in Table 1. The letters are abbreviations for star clusters or the centers of shells, as listed on the figure. Solid circles or ellipses represent shells near $b = 0°$; dashed circles represent shells near $b \sim -30°$. The new superbubble may not be as highly elongated as pictured; see § 5.8.

図 1.3: 太陽近傍バブルの構造。

1.2.2 M31

Brinks & Bajaja (1986: AAp 169, 14) は Westerbork の干渉計で得られた M31 の HI の分布を用いて、M31 ディスク内に (x,y,v) の 3 次元 cube の空間の中に 100pc から 1kpc におよぶ多数のシェル構造を見いだした。

1.2.3 M33

Deul & den Hartog (1990: AAp 229, 362) も HI の観測から図 1.6 左のようなシェルを見いだしている。Rosat 衛星 HRI を用いた観測で、その中の 2 つにから、HI シェル内部から $T \sim 0.4$keV 程度の広がった X 線が観測されている (Shulman & Bregman 1995: ApJ 441, 568)。図 1.6 右に示した天体は HII 領域として IC133 と呼ばれており、そのサイズは 350x190pc である。また、この銀河でもっとも大きな HII 領域である NGC604 では分光観測で 100km s^{-1} の膨張を示すガスが見つかっている (Chu, Skilman, Terlevich 1996: AJ 112, 146) とともに、Rosat 衛星 HRI でひろがった X 線源としても観測されている。

1.2.4 M101

Kamphuis, Sancisi & van der Hulst (1991: AAp 224, L29)

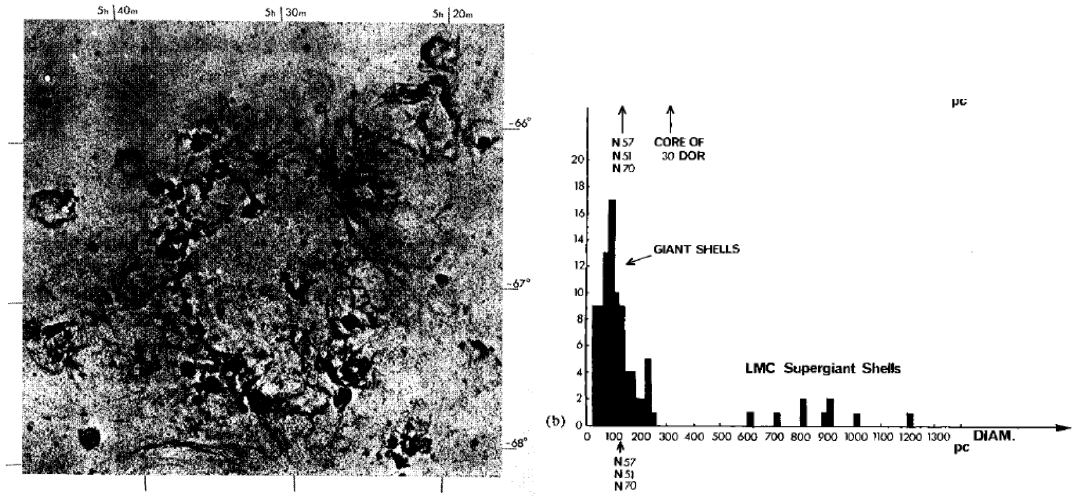

図 1.4:　(左) 超巨大シェル LMC4　(向かって左) と LMC5　(右上) の Hα 写真、 (右) LMC の超巨大シェル、巨大シェルの大きさの分布。

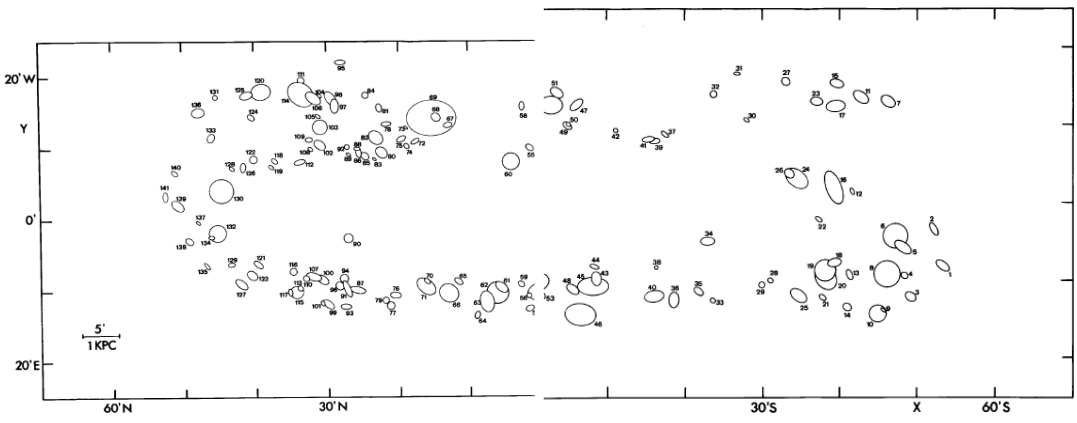

図 1.5: M31 の HI シェル、スーパーシェル

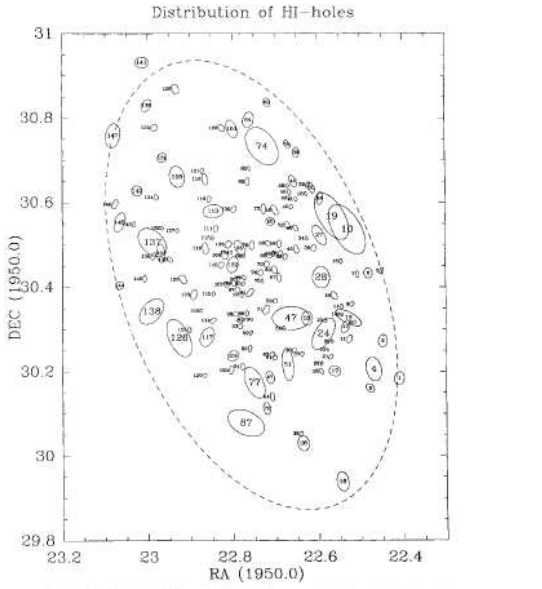

Fig. 2. Spatial distribution of the H I holes in M 33. Ellipses fitted to the H I survey are plotted in equatorial coordinates. The numbers correspond to Table 1. Note the concentration of small holes in the inner galaxy. The large holes are generally interarm cavities. The dotted ellipse outlines the region over which H I holes were searched

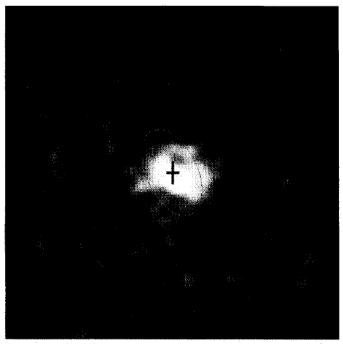

FIG. 2a

FIG. 2.—The elliptical areas of H I holes 31 (*a*) (M33 X-8) and 51 (*b*) (M33 X-6), as determined by 21 cm observations, superposed over the vignetting-corrected *ROSAT* HRI images of these regions, smoothed to a FWHM resolution of 11″.

図 1.6: (左) M33 の HI シェル、(右) HI ホール内部に Rosat 衛星で X 線が観測された例。楕円は HI のシェルの概略を示す。

第2章　スーパーバブルの進化

2.1　流体力学の基礎方程式

まず最初の基礎方程式は、ある体積の中に含まれる流体の質量が単位時間に流れ込む質量流速によって増減するという連続の式

$$\frac{\partial \int_V \rho dV}{\partial t} = -\int_S \rho \mathbf{v} d\mathbf{S} \tag{2.1}$$

から得られる。右辺を体積積分に変換し、V として微小体積を考えれば、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \tag{2.2}$$

が得られる。

つぎに、ある体積の中に含まれる流体の運動量は、質量と同じように、単位時間に流れ込む運動量流速によって増減するが、それに加えて運動量の場合は、この流体の体積に加わっている「力」によっても増減する。流体の中でかならず考慮しなければならない圧力による力は、圧力勾配に比例するので、

$$\frac{\partial \int_V \rho \mathbf{v} dV}{\partial t} = -\int_S \rho \mathbf{v}\mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} - \int_V \mathrm{grad} p dV \tag{2.3}$$

となる。ここで、右辺を体積積分に変換し、V として微小体積を考えれば、

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \mathrm{div} \rho \mathbf{v}\mathbf{v} = -\mathrm{grad} p \tag{2.4}$$

が得られる。この式は添字をつけて書くと、

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i v_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i}, \tag{2.5}$$

と書ける。もちろん、$x_1 = x$、$x_2 = y$、$x_3 = z$ を表している。

さて、断熱の場合のエネルギーに関する方程式は、

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \mathrm{div}(e + p)\mathbf{v} = 0. \tag{2.6}$$

ここで e は単位体積あたりの全エネルギーで

$$e = \rho |\mathbf{v}|^2/2 + \epsilon. \tag{2.7}$$

第 1 項は単位体積当たりの運動エネルギー、第 2 項はおなじく熱エネルギーを表す。理想気体の場合は $\epsilon = p/(\gamma - 1)$ である。

質量と同じように、全エネルギーの増減はエネルギー流速によるだけなら、$\frac{\partial e}{\partial t} + \mathrm{div}(e\mathbf{v}) = 0$ となるはずであるが、そうではない。熱力学の第 1 法則で断熱の場合を考えると、内部エネルギー U と体積 V は

$$\frac{dU}{dt} + p\frac{dV}{dt} = 0, \tag{2.8}$$

という関係で変化する。これから、単位体積あたりの熱エネルギー ϵ は

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \mathrm{div}(\epsilon \mathbf{v}) = -p\mathrm{div}\mathbf{v}, \tag{2.9}$$

という関係にしたがって変化することが簡単な計算でわかる。これと式 (2.4) から得られる運動エネルギーの変化を表す (この式の右辺が単位体積・単位時間に流体素片になされた仕事を表すことに注意)

$$\frac{\partial \rho|\mathbf{v}|^2/2}{\partial t} + \mathrm{div}(\frac{\rho|\mathbf{v}|^2}{2}\mathbf{v}) = -\mathbf{v}\cdot \mathrm{grad}p, \tag{2.10}$$

の和をとれば全エネルギーに関する方程式 (2.6) が得られる。

流体力学の基礎方程式は、連続の式 (2.2)、運動量に関する方程式 (2.4)、エネルギーに関する方程式 (2.6) ということになる。

2.1.1 Lagrange 形式の基礎方程式

先に述べた基礎方程式は独立変数として時刻 t と空間座標 $\mathbf{r}$ をとった方程式で、**Euler** 形式で書かれた流体力学の基礎方程式と呼ばれる。独立変数として時刻 t と時刻 $t = t_0$ での流体素片の空間座標 $\mathbf{r}_0$ をとり、時刻 t での流体素片の位置 $\mathbf{r}$ は従属変数として記述する方法がある。この方法を **Lagrange** 形式で書かれた流体力学の基礎方程式と呼ばれる。

ある物理量 $F(\mathbf{r}, t)$ の流体素片に乗った (r_0 を止めた) Lagrange 形式の時間変化を考える。時刻 t に、位置 $\mathbf{r}$ にあった流体素片が、時刻 $t+\Delta$ に、位置 $\mathbf{r}+\mathbf{v}\Delta t$ に移動したとすると、その間の物理量 F の Lagrange 的な時間変化率は、

$$\begin{aligned}\left(\frac{dF}{dt}\right)_{r_0} &= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{F(\mathbf{r}+\mathbf{v}\Delta t, t+\Delta t) - F(\mathbf{r},t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\mathbf{v}\Delta t\cdot \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}}\Big|_t + \Delta t\,\frac{\partial F}{\partial t}\Big|_{\mathbf{r}}}{\Delta t} \\ &= \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}},\end{aligned} \tag{2.11}$$

となる。ここで $\frac{\partial F}{\partial t}$ は Euler 的な時間微分 (空間座標を止めて時間微分をするオペレータ)、$\frac{dF}{dt}$ は Lagrange 的な時間微分 (流体素片に乗って時間微分をするオペレータ) である。したがって、これら二つの間には、

$$\left.\frac{d}{dt}\right|_{\mathrm{Lagrange}} = \left.\frac{\partial}{\partial t}\right|_{\mathrm{Euler}} + \mathbf{v}\cdot\nabla, \tag{2.12}$$

という関係があることになる。

式 (2.12) を用いると、連続の式 (2.2) は

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\mathrm{div}\mathbf{v} = 0, \tag{2.13}$$

運動量に関する方程式 (2.4) は、古典力学に関する Newton 方程式の形になって、

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{\mathbf{dt}} = -\nabla p + \mathbf{f}, \tag{2.14}$$

$\mathbf{f}$ は単位体積あたりに働く力を表す。エネルギーに関する方程式は (2.9) から単位体積あたりの内部エネルギー ϵ に対して

$$\frac{d\epsilon}{dt} + (\epsilon + p)\mathrm{div}\mathbf{v} = 0, \tag{2.15}$$

のようになる。

2.2 超新星残骸の進化

前節の基礎方程式を用いて超新星残骸の進化を計算することを考えよう。

超新星爆発は星間空間に強い衝撃波を生む。1次元球対称の制限の元で数値計算によって現実的な解が得られるようになったのは1970年代になってからである（Chevalier 1973: ApJ, 188, 501; Mansfield & Salpeter 1974: ApJ, 190, 305; Gull 1973: MNRAS, 161 47）。

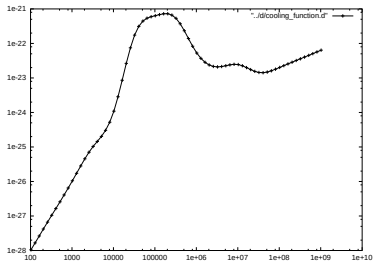

図 2.1: 放射冷却関数。横軸は温度 (K)、縦軸は放射率 ($\mathrm{erg\,cm^3\,s^{-1}}$)。

流体力学の基礎方程式は運動方程式、連続の式、断熱の式の3つである。球対称1次元の場合、

$$\mathrm{div}\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r} r^2 A_r, \tag{2.16}$$

$$\mathrm{grad}\psi = \frac{\partial \psi}{\partial r}\mathbf{e}_r, \tag{2.17}$$

$$\mathbf{v}\cdot\nabla = v_r \frac{\partial}{\partial r}, \tag{2.18}$$

であることに注意すると、それらは、以下のようになる。運動方程式は、

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \tag{2.19}$$

連続の式は、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v\frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2\rho v}{r} = 0, \tag{2.20}$$

断熱の式は、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\rho^\gamma}\right) + v\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{p}{\rho^\gamma}\right) = 0, \tag{2.21}$$

あるいはエネルギーに関する方程式として、式 (2.6) から

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial\,(e+p)\,v}{\partial r} + \frac{2(e+p)v}{r} = -n^2\Lambda(x,T), \tag{2.22}$$

ラグランジュ形式で書けば、たとえば式 (2.15) から、

$$\rho\frac{dU}{dt} = -n^2\Lambda(x,T) + \frac{p}{\rho}\frac{d\rho}{dt} \tag{2.23}$$

（U は単位質量あたりの内部エネルギーで $U=\epsilon/\rho$ あり、$n^2\Lambda(x,T)$ は単位体積あたりの輻射冷却率）である。

輻射冷却率 $\Lambda(x,T)$（単位は $\mathrm{erg/s\ cm^3}$）を温度 T に関してプロットしたものが図 2.3 である。この輻射冷却率 $\Lambda(x,T)$ は Raymond, Cox & Smith (1976: ApJ, 204, 290) からとった。$T\gtrsim 10^4\mathrm{K}$ では

衝突による電離平衡にあるプラズマからの輻射によって冷却されることを仮定している。$T \gtrsim 10^7$K は自由ー自由遷移による輻射が主に効いている。$10^6 \lesssim T \lesssim 3 \times 10^6$K では、$\mathrm{Si}^{+8-+10}$、$\mathrm{S}^{+9-+12}$、$\mathrm{O}^{+6,+7}$ などの遷移が、$T \sim 10^5$K では、O^{+2-+5}、C^{+2-+3}、Ne^{+4-+7} などのイオンのラインが冷却に寄与している。$T \gtrsim 10^4$K のピークは Lyα によっている。これより低い温度に対しては、衝突による電離平衡は良い仮定ではなくなる。$T \sim 10^3$K では、HI の b-b 遷移が、$T \lesssim 10^2$K では水素原子との衝突によって励起されたに CII などのイオンのラインが冷却源となっている。

基礎方程式を微分を差分 $\frac{\partial F}{\partial x}$ を差分 $\Delta F/\Delta x$ に置き換えることによって流体力学の差分解法によって解く。以下では、Richitmyer & Morton (1967: Difference Methods for Initial-Value Problems, John Wiley & Sons: New York, 12 章) の Lagrange 法を用いている。爆発は、中心部分の格子点に内部エネルギー (または運動エネルギーもしくは両方) を全部で超新星の爆発エネルギーだけ注入するという初期条件を置くことによってシミュレートする。

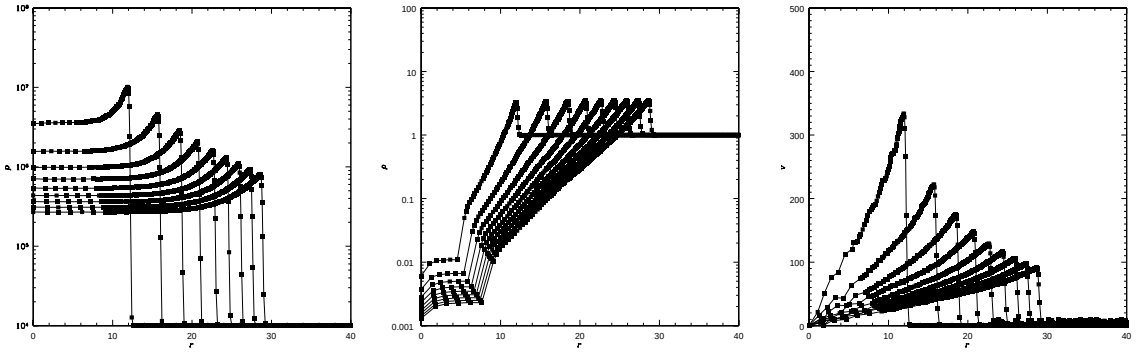

図 2.2: 断熱のもとに数値シミュレーションによって得た超新星残骸の構造。一様密度 $n_0 = 1\mathrm{cm}^{-3}$、一様温度 $T_0 = 10^4$K の星間物質中で、0.4×10^{51}erg の爆発が生じた例。横軸は pc 単位の中心からの距離。また、それぞれのカーブは、$t = 10^4$ 年、$t = 2 \times 10^4$ 年、、、$t = 9 \times 10^4$ 年の構造をあらわす。

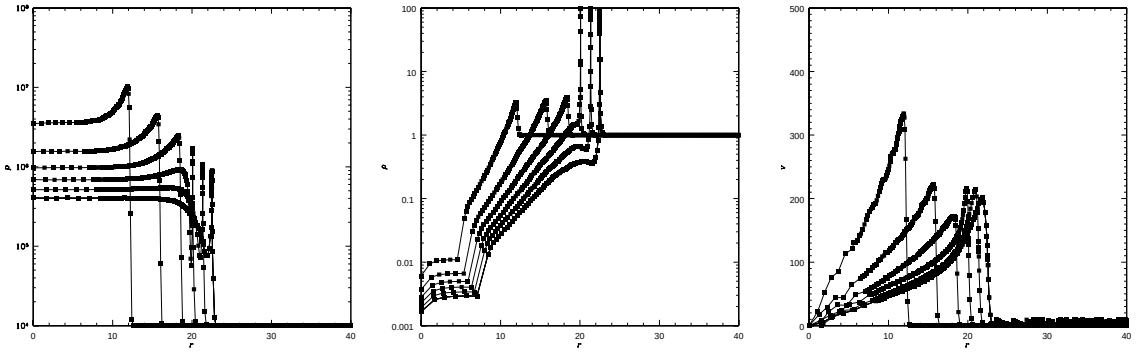

図 2.3: 放射による冷却を考慮した数値シミュレーションによって得た超新星残骸の構造。一様密度 $n_0 = 1\mathrm{cm}^{-3}$、一様温度 $T_0 = 10^4$K の星間物質中で、0.4×10^{51}erg の爆発が生じた例。横軸は pc 単位の中心からの距離。また、それぞれのカーブは、$t = 10^4$ 年、$t = 2 \times 10^4$ 年、、、$t = 9 \times 10^4$ 年の構造をあらわす。

輻射冷却の効果を $\Lambda = 0$ とした場合の結果を、図 2.2 に、また、輻射冷却の効果をとりいれた場合の結果を、図 2.3 に掲げた。衝撃波面が外向きに伝搬していることがわかる。ρ の分布でわかるように、質量は衝撃波の位置 (これを以降 R_s と書く) からおよそ $\Delta r \simeq R_s/10$ 程度の部分に集まっており、その内側には、高温・低密度 (圧力は衝撃波後面のそれの $1/3$ 程度だが、密度は非常に低くなっており、したがって温度は内側に向かって高くなっている) の過去に衝撃波を通過したガスが分布している。

$t \lesssim 4 \times 10^4$ 年では、図 2.2 と図 2.3 の両方の差はほとんどないが、それを過ぎると輻射冷却の効果が顕著になってくる。すなわち、図 2.3 では $t \gtrsim 4 \times 10^4$ 年以降、衝撃波の位置に密度の高いシェルが形成される。終始断熱である図 2.2 の場合は、ランキン・ユゴニオ関係で予想されるように ($\rho_1 = (\gamma+1)/(\gamma-1)\rho_0 = 4\rho_0$ ($\gamma = 5/3$ の場合)) 、強い衝撃波の場合で、衝撃波のすぐ内側の密度は衝撃波すぐ外の密度のたかだか 4 倍にしか達しない。それに対して、輻射冷却を考慮した場合は、それよりも非常に高い密度に達していることがわかる。ここへは、衝撃波を通過して前方から物質が集められるのみならず、内側の高温のガスも冷却の効果で低温、高密度のシェルに流れ込む。

熱力学の第 1 法則はエンタルピーを使って、

$$dH = dQ + V dp, \tag{2.24}$$

だから、等圧 $dp = 0$ で変化する場合、系を出入りする熱量は系のエンタルピーの変化に等しい。等圧のもとでのガスの冷却時間は、単位体積あたりのエンタルピー h を輻射冷却率 $n^2\Lambda$ でわった

$$t_{\rm cool} = \frac{\frac{5}{2}p}{n^2\Lambda}, \tag{2.25}$$

となる。ここで $\frac{5}{2}p$ は、$\gamma = 5/3$ の理想気体の単位体積あたりのエンタルピーである。衝撃波からシェルへの転移は、衝撃波を通過した直後のガスの冷却時間が動的時間にくらべて短くなった時点 (t_c) で起こる。

2.2.1 膨張則

図 2.4 は衝撃波面 (正確にはシェルの密度のピーク) の位置の時間発展を示したものである。これを見ると、$t \lesssim 3 \times 10^4$ 年とそれ以降の膨張則に違いがあることがわかる。つまり、$t < t_c$ では断熱的な進化 (断熱相と呼ばれる) を、$t > t_c$ では等温的な進化 (等温相と呼ばれる) をすることがわかる。

2.2.2 星間磁場の効果

星間磁場の効果を 1 次元球対称の仮定の元で解析することは困難であるが、磁場が球殻に沿って分布すると仮定すると、磁気圧は、冷却の効果によって生じた高密度シェルを支える方向に働くことは明らかであろう。

これについては、衝撃波後面の圧力 ($2/(\gamma+1)\rho_0 V_s^2$) が減少し磁気圧と同程度になる進化の後期には大きな効果を持つことが知られている。

図 2.5 は、Slavin & Cox (1992: ApJ 392, 131) と同様に、磁気圧勾配 $-\frac{\partial B^2/8\pi}{\partial r}$ のみを考慮し、磁束密度に対しては、$B \propto \rho$ という 1 次元的な圧縮が働いたと仮定した場合の結果を示す。

磁場がない場合と比べて、シェルが厚くなり、圧縮率が押えられていることがわかる。これは、より現実的な軸対称 2 次元のシミュレーションによっても確かめられており図 2.6 のようになる (Tomisaka 1994: in Numerical Simulations in Astrophysics, ed. by J.Franco et al. p.336)。

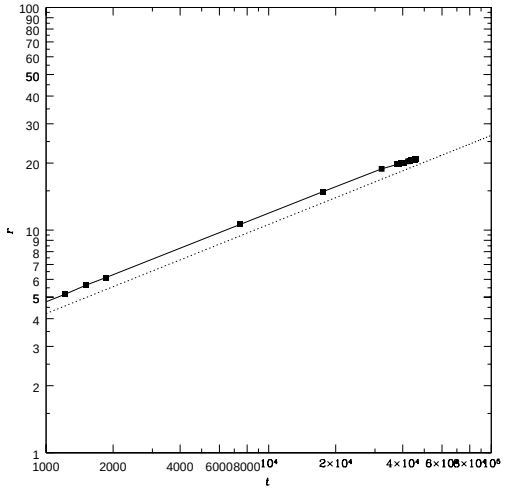

図 2.4: 放射による冷却を考慮した数値シミュレーションによって得た衝撃波、シェルの膨張則。点線は $R_s \propto t^{2/5}$ の断熱相で期待される膨張則。

2.3　自己相似解

図 2.2 を見れば明らかなように、断熱の間の超新星残骸の進化は「自己相似的」である。すなわち、時間が経過した後の解は、以前の状態のそれを空間方向に何倍か伸ばして、物理量を何倍かしたものになっているようにみえる。

超新星爆発のエネルギー E_0 と、それが起こる星間気体の密度 ρ_0 の 2 つが、系を記述する、パラメータである。M を質量、L を長さ、T を時間の次元を表すとして、E_0 と ρ_0 の次元は、$[E_0] = \mathrm{ML}^2/\mathrm{T}^2$、$[\rho_0] = \mathrm{M}/\mathrm{L}^3$ である。これから作られる M を含まない量を作ると、E_0/ρ_0 という $[E_0/\rho_0] = \mathrm{L}^5/\mathrm{T}^2$ の次元の量が得られる。この系を記述する解は、これ以外に中心からの距離 r、爆発後の時間 t という次元を持った量しかないから、先の E_0/ρ_0 と組み合わせて無次元の量を作ろうとすると $E_0 t^2/\rho_0 r^5$ しかない。すなわち E_0、ρ_0、r、t を用いて作られる無次元の量は

$$\xi = \frac{r}{(E_0/\rho_0)^{1/5} t^{2/5}}, \tag{2.26}$$

であり、超新星残骸の解はこの変数 ξ のみで記述されるのではないか（この解を縦や横に適当な倍数引き延ばしたものが物理的な解に当たる）と期待できる。この節の内容を深めるには Sedov の著名な教科書 (1959:Similarity and Dimensional Methods in Mechanics (Infoserch Ltd. London)) を勧める。なお、これは 10th edition が 1993 年に出版されている。

この解の求め方は、先の Sedov の教科書以外にも流体力学の教科書（流体力学（ランダウ、リフシッツ）、宇宙流体力学（坂下、池内））に述べられている。ここでは、それを参考にしながら、密度が変化する効果とエネルギーが変化（定常的なエネルギー放出が起こる場合など）に対応できるような展開を行なっておく。

星間気体の密度が

$$\rho_0(r) = Br^{-m}, \tag{2.27}$$

のように変化する場合を考える。これまで考えたのは $m = 0$ の場合に当たる。その ρ_0 の代わりに B が次元を持つパラメータである。

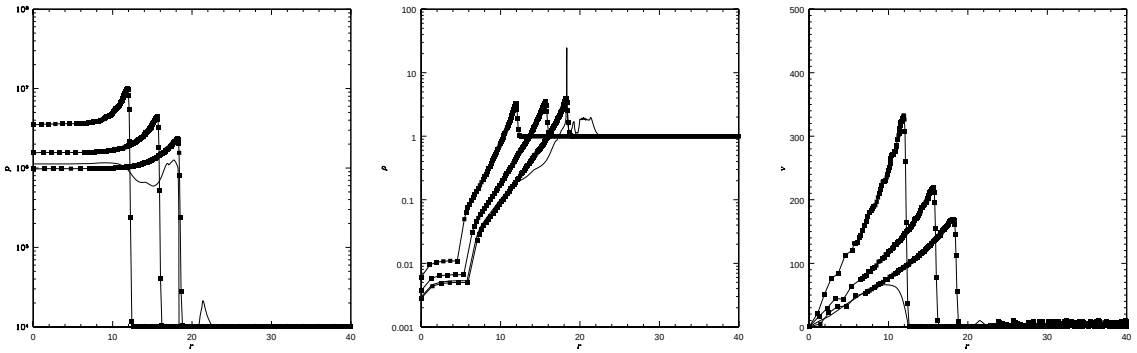

図 2.5: 放射による冷却を考慮した数値シミュレーションによって得た球殻平行な磁場を持つ場合の超新星残骸の構造。一様密度 $n_0 = 1\mathrm{cm}^{-3}$、一様温度 $T_0 = 10^4\mathrm{K}$、磁束密度 $B_0 = 3\mu\mathrm{G}$ の星間物質中で、$0.4 \times 10^{51}\mathrm{erg}$ の爆発が生じた例。横軸は pc 単位の中心からの距離。また、それぞれのカーブは、$t = 10^4$ 年、$t = 2 \times 10^4$ 年、、、 (太い線) $t = 9 \times 10^4$ 年 (細い線) の構造をあらわす。

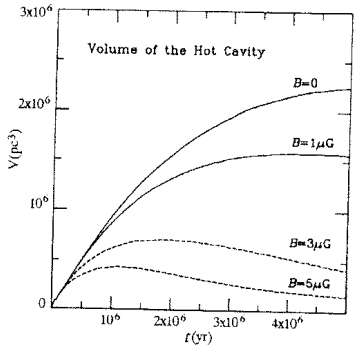

図 2.6: 軸対称 2 次元数値シミュレーションによって得た初期に一様な磁場を持つ場合の超新星残骸の高温ガスによって占められる体積の時間変化。一様密度 $n_0 = 0.3\mathrm{cm}^{-3}$、一様温度 $T_0 = 8 \times 10^3\mathrm{K}$ の星間物質中で、$5 \times 10^{50}\mathrm{erg}$ の爆発が生じた例。

爆発では、エネルギー E_0 が系を特徴づけるが、定常的なエネルギー放出が起こる場合は $E_0 = Lt$ (L は単位時間あたりのエネルギー放出率) とするのが適当であろうから、一般的に

$$E_0 = Lt^\eta, \tag{2.28}$$

と書けると仮定する。つまり、$\eta = 0$ の爆発の場合は $L = E_0$ であり、$\eta = 1$ の定常的なエネルギー放出の場合は L は単位時間あたりのエネルギー放出率を表す。

$[L] = \mathrm{ML}^2\mathrm{T}^{-(2+\eta)}$、$[B] = \mathrm{ML}^{-(3-\mathrm{m})}$ であるから、M を含まない組み合わせは、$[L/B] = \mathrm{L}^{5-m}\mathrm{T}^{-(2+\eta)}$ で、$[Lt^{2+\eta}/Br^{5-m}] = 1$ ということになる。したがって、B、L、r、t を用いてできる無次元量は

$$\xi = \frac{r}{\left(\frac{L}{B}\right)^{\frac{1}{5-m}} t^{\frac{2+\eta}{5-m}}}, \tag{2.29}$$

となる。以下では $\frac{2+\eta}{5-m} = \delta$ と書くことにする。

		減速	加速
爆発	$\eta = 0$	$m < 3$	$m > 3$
ウインド	$\eta = 1$	$m < 2$	$m > 2$

表 2.1: 衝撃波の加速と減速の条件 (自己相似解)

これから次のことがわかる。$\xi = \xi_1$ が衝撃波面を表すとすると、式 (2.29) は衝撃波面の距離 R_s が

$$R_s = \xi_1 \left(\frac{L}{B}\right)^{\frac{1}{5-m}} t^{\frac{2+\eta}{5-m}}, \tag{2.30}$$

と時間 t の冪であらわされることになる。これは、もちろん超新星残骸の進化が相似解であらわされる限りという限定の元ではあるが以下のことがわかる。t の指数から、$\eta = 0$ の場合、$m < 3$ の一様に近い密度分布の中では衝撃波は減速され、$m > 3$ の密度が急激に減少するような分布の場合は衝撃波は加速されることがわかる。$\eta = 1$ の場合は、$m < 2$ が減速、$m > 2$ が加速となる。

2.3.1　相似解

衝撃波での相似座標値 ξ_1 で割った相似座標 $\lambda = \xi/\xi_1$ を独立変数として用いる。速度、密度、圧力などの物理量 (従属変数) は系に特徴的な次元を持った量と、相似座標の関数である無次元の量によって以下のように書けるとする。

$$v(r,t) = \frac{r}{t}V(\lambda), \tag{2.31}$$

$$\rho(r,t) = Br^{-m}\Omega(\lambda), \tag{2.32}$$

$$p(r,t) = Br^{-m}\frac{r^2}{t^2}\Pi(\lambda), \tag{2.33}$$

$\lambda \propto r/t^{\delta}$ だから、λ のみの無次元の関数 X に対して、

$$\frac{\partial X(\lambda)}{\partial t} = \frac{dX}{d\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -\delta\frac{\lambda}{t}\frac{dX}{d\lambda}, \tag{2.34}$$

$$\frac{\partial X(\lambda)}{\partial r} = \frac{dX}{d\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial r} = \frac{\lambda}{r}\frac{dX}{d\lambda}, \tag{2.35}$$

となる。

このことを使って、微分の間の関係は $\frac{\partial v}{\partial t}$ に例をとって計算すると、

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial \frac{r}{t}V(\lambda)}{\partial t} \\ &= -\frac{r}{t^2}V + \frac{r}{t}\frac{dV}{d\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial t} \\ &= -\frac{r}{t^2}V + \frac{r}{t}(-\delta)\frac{\lambda}{t}\frac{dV}{d\lambda}\end{aligned} \tag{2.36}$$

となり、また $\frac{\partial v}{\partial r}$ は、

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\partial \frac{r}{t}V(\lambda)}{\partial r}$$

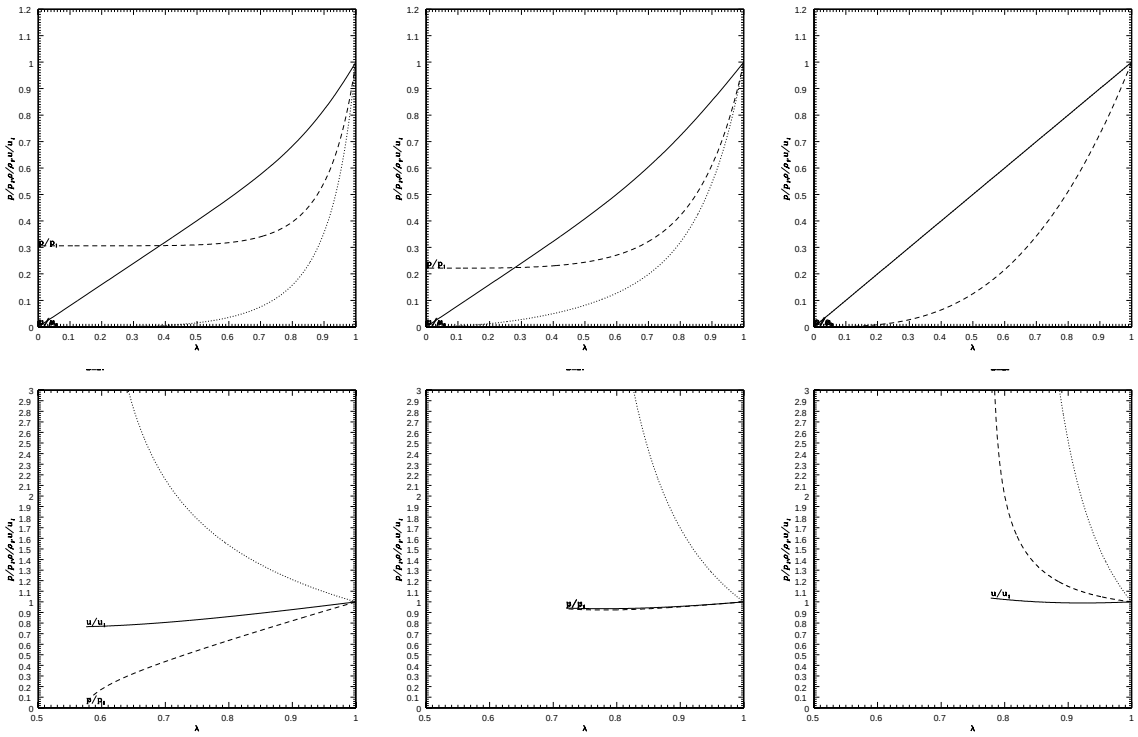

図 2.7: 点源爆発 ($\eta = 0$) による爆風波の自己相似解。密度分布 ($\rho(r) = Br^{-m}$) による違い。上の左から、$m = 0$ (一様密度)、$m = 1$、$m = 2$ (中心集中) に対応。下側は m 左から、$m = 2.5$、$m = 3$、$m = 3.5$ に対応。実線は動径方向速度、破線は圧力、点線は密度の動径方向の分布。いずれの物理量も、衝撃波面の内側の値で規格化してある。上右図では動径方向速度と密度の動径方向の分布は重なっている。

$$
\begin{aligned}
&= \frac{V(\lambda)}{t} + \frac{r}{t}\frac{dV}{d\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial r} \\
&= \frac{V(\lambda)}{t} + \frac{r}{t}\frac{\lambda}{r}\frac{dV}{d\lambda}
\end{aligned}
\tag{2.37}
$$

となる。このことに気をつけると、流体力学の基礎方程式の内、運動方程式 (2.19) は、

$$
V(V-1) + (V-\delta)\frac{dV}{d\ln\lambda} + \frac{(2-m)\Pi}{\Omega} + \frac{1}{\Omega}\frac{d\Pi}{d\ln\lambda} = 0, \tag{2.38}
$$

連続の式 (2.20) は、

$$
(3-m)\Omega V + (V-\delta)\frac{d\Omega}{d\ln\lambda} + \Omega\frac{dV}{d\ln\lambda} = 0, \tag{2.39}
$$

断熱の式 (2.21) は

$$
\left[\{2-m(1-\gamma)\}V - 2\right]\frac{\Pi}{\Omega^\gamma} + (V-\delta)\frac{d\Pi/\Omega^\gamma}{d\ln\lambda} = 0, \tag{2.40}
$$

となる。

これらは、$\frac{dV}{d\ln\lambda}$、$\frac{d\Omega}{d\ln\lambda}$、および $\frac{d\Pi}{d\ln\lambda}$ という 3 つの 1 階微分に関する連立方程式なので、$\frac{dV}{d\ln\lambda}$ と $\frac{d\Pi}{d\ln\lambda}$ を消去すると、

$$
\frac{d\ln\Omega}{d\ln\lambda} = \frac{\frac{2\delta-2-m(\delta-\gamma V)}{V-\delta}\frac{\Pi}{\Omega} + (2-m)V^2 - \{(3-m)\delta - 1\}V}{\gamma\frac{\Pi}{\Omega} - (V-\delta)^2} \tag{2.41}
$$

が、得られる。これを用いて、他の微分量は

$$\frac{d\ln V}{d\ln\lambda} = -(3-m)V - (V-\delta)\frac{d\ln\Omega}{d\ln\lambda}, \tag{2.42}$$

および、

$$\frac{d\ln\Pi}{d\ln\lambda} = \gamma\Pi\frac{d\ln\Omega}{d\ln\lambda} - \frac{\{2-m(1-\gamma)\}V-2}{V-\delta}\Pi, \tag{2.43}$$

で与えられる。すくなくとも式 (2.38)、(2.39)、(2.40) を数値的に連立微分方程式を解くためにはここまでの変形で十分である。

境界条件は衝撃波後面での物理量がランキン ・ユゴニオ関係を満足することによって与えられる。静止した気体の中へ $\dot{R}_s$ の速度で衝撃波が進んでゆく場合を考えると、衝撃波に止まった座標で見た時の衝撃波面前方での速度 v_0' は $v_0' = \dot{R}_s$ であり、おなじくまた衝撃波面後方での速度は $v_1' = \dot{R}_s - v_1$ である。これから添字 0 は衝撃波の前方、直前の物理量に、添字 1 は衝撃波の後方、直後の物理量につける。また ' ダッシュのついた速度は衝撃波に止まった座標で見た時の速度を表すとする。だから v_1 は静止系から見た時の衝撃波後面での速度である。これ以降、強い衝撃波を考え衝撃波前方の圧力 p_0 を無視できるとする。式 (A.5) から $v_1' = (\gamma-1)/(\gamma+1)\cdot v_0'$ であるから静止系から見た時の衝撃波後面での速度は

$$v_1 = \frac{2}{\gamma+1}\dot{R}_s \tag{2.44}$$

となる。同じように、衝撃波後面での密度は

$$\rho_1 = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_0, \tag{2.45}$$

で与えられる。最後に、圧力は、式 (A.2) の $\rho_0 v_0'^2 + p_0 = \rho_1 v_1'^2 + p_1$ で p_0 を無視して、

$$p_1 = \rho_0 v_0'^2 - \rho_1 v_1'^2 = \rho_0 v_0'(v_0' - v_1') = \rho_0\dot{R}_s v_1 = \frac{2}{\gamma+1}\rho_0\dot{R}_s^2 \tag{2.46}$$

で与えられる。ここで ρ_0 は $\rho_0(R_s) = B/R_s^m$ に等しいから、

$$\Omega(1) = \frac{\rho_1}{\rho_0(R_s)} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \tag{2.47}$$

また

$$V(1) = \frac{v_1}{R_s/t} = \frac{2}{\gamma+1}\frac{\dot{R}_s}{R_s/t} = \frac{2}{\gamma+1}\delta, \tag{2.48}$$

$$\Pi(1) = \frac{p_1}{\rho_0(R_s)(R_s/t)^2} = \frac{2}{\gamma+1}\frac{\dot{R}_s^2}{(R_s/t)^2} = \frac{2}{\gamma+1}\delta^2, \tag{2.49}$$

となる。

比例係数の ξ_1 の値はエネルギーの保存すなわち

$$Lt^\eta = \int_0^{R_s}\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + \frac{p}{\gamma-1}\right)4\pi r^2 dr, \tag{2.50}$$

無次元量で書くと、

$$\frac{1}{\xi_1^{5-m}} = \int_0^1\left(\frac{1}{2}\Omega V^2 + \frac{\Pi}{\gamma-1}\right)4\pi\lambda^4 d\lambda, \tag{2.51}$$

	$\eta = 0$			$\eta = 1$		
m	熱エネルキー	運動エネルギー	ξ_1	熱エネルキー	運動エネルギー	ξ_1
0	0.7182	0.2818	1.1527	0.5440	0.4560	0.9977
1	0.6199	0.3801	1.0759	0.4695	0.5305	0.8498
1.5	0.5655	0.4345	0.9933	0.4164	0.5836	0.7373
2	0.5000	0.5000	0.8614	0.3442	0.6558	0.5866
2.5	0.3886	0.6114	0.6434	0.2388	0.7612	0.3866
3	0.2757	0.7243	0.3769	0.1487	0.8513	0.1867
3.5	0.0929	0.9071	0.0833			

表 2.2: 熱エネルキーと運動エネルギーの比と定数 ξ_1 の値

で決めることができる。一様密度 ($m = 0$) の場合について膨張則を書き下しておく。$\eta = 0$ の場合は $\xi_1 = 1.1527$ であるから、

$$\begin{aligned} R_s &= 1.1527 \left(\frac{E_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{2/5} \\ &= 12.9\mathrm{pc} \left(\frac{E_0}{10^{51}\mathrm{erg}}\right)^{1/5} \left(\frac{\rho_0}{2 \times 10^{-24}\mathrm{g\,cm^{-3}}}\right)^{-1/5} \left(\frac{t}{10^4\mathrm{yr}}\right)^{2/5}, \end{aligned} \tag{2.52}$$

また、$\eta = 1$ の場合は、$\xi_1 = 0.9977$ であるから、

$$\begin{aligned} R_s &= 0.9977 \left(\frac{L_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{3/5} \\ &= 35.4\mathrm{pc} \left(\frac{L_0}{10^{36}\mathrm{erg\ s^{-1}}}\right)^{1/5} \left(\frac{\rho_0}{2 \times 10^{-24}\mathrm{g\,cm^{-3}}}\right)^{-1/5} \left(\frac{t}{10^6\mathrm{yr}}\right)^{3/5}, \end{aligned} \tag{2.53}$$

となる。

式 (2.41)、(2.42)、(2.43) を $\lambda = 1$ での境界条件、式 (2.47)、(2.48)、(2.49)、をつけて、$\lambda = 1$ から $\lambda = 0$ まで、ルンゲ・クッタ法のような方法で積分するとことによって相似解が得られる。この解 $V(\lambda)$、$\Omega(\lambda)$、$\Pi(\lambda)$ に λ の冪を掛けて、

$$\lambda V(\lambda) = \frac{v(r,t)}{v_1(t)}, \tag{2.54}$$

$$\lambda^{-m}\Omega(\lambda) = \frac{\rho(r,t)}{\rho_1(t)}, \tag{2.55}$$

$$\lambda^{2-m}\Pi(\lambda) = \frac{p(r,t)}{p_1(t)}, \tag{2.56}$$

のように通常の物理量の空間分布に対応した図を作成すると、図 2.7 のようになる。

$m = 0$ から $m = 2$ に近付いて密度減少がきつくなると、圧力分布 (破線) は衝撃波近傍に集中し、密度分布 (点線) は衝撃波近傍から拡散することがわかる。$m > 2$ では分布が中心まで到達せず、有限の半径で切れて、それより内側が真空 (数学的には) になる解に移る。$\gamma = 1.4$ ではこれは $m = 7/3$ で起こる (Sedov 1959)。m がさらに増えるにつれて、解が存在する領域は狭くなってゆく。このタイプの解では密度が中心に向かって増加する。圧力は、$m \lesssim 3$ では中心に向かって減少するが、衝撃波の膨張速度が加速される $m \gtrsim 3$ の場合では、中心に向かって増加する。

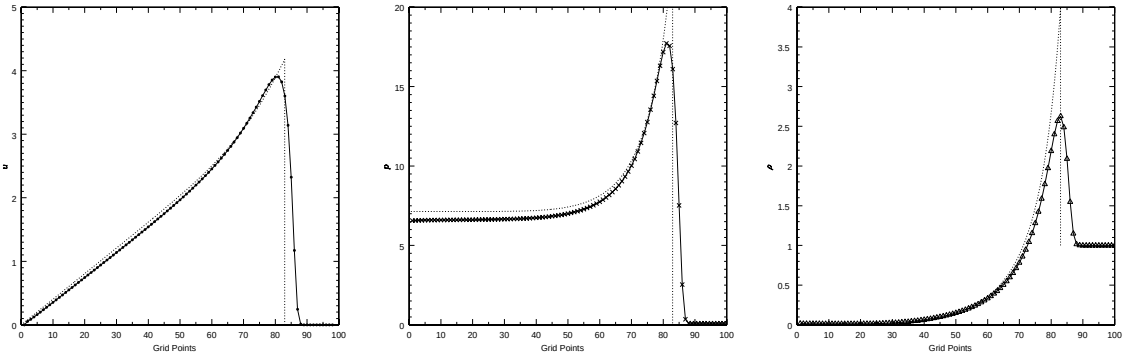

図 2.8: 断熱期の超新星残骸の進化。数値計算によるものを実線で、相似解を点線で示した。速度 (左)、圧力 (中)、密度 (右) 分布。

図 2.8 に見るように、断熱の超新星残骸の解 (実線) は、相似解で予想されるもの (点線) に分布でも絶対値でも良く一致していることがわかる。

$\eta = 1$ とすることによって、定常的にエネルギーが放出される恒星風によって作られるバブルに対応する自己相似解を求めることもできる。図 2.9 にその構造を示したが、いずれの密度分布に対しても中止まで続く解は存在しない。物理的には次のように理解できる。すなわち、自己相似的になっているときには、この解で表される衝撃波を通過した星間物質がかき集められ部分の内側には接触不連続面を介して中心のエネルギー源から放出された物質が満ちており、星間物質が占める部分は有限の半径の接触不連続面から衝撃波面までの部分である。

図 2.7、および図 2.9 のそれぞれの場合に熱エネルギーと運動エネルギーの比がどのようになっているのかを表 2.2 にまとめておく。これを見ると、m を大きくしてゆくと、運動エネルギーの比が高まり熱エネルギーに配分される部分が減少する。

2.3.2　断熱解からずれる時期

最後に、この相似解を用いて、前節で見た断熱解から輻射冷却が効き出して、冷えたシェルができるのがいつなのかを見積もることができることを見ておこう。ガスの冷却時間 (式 2.25) が進化の時間が同じになる時期を見積もってみる。

まず図 2.1 の冷却関数は $10^5\mathrm{K} < T < 4 \times 10^7\mathrm{K}$ では、 (log-log プロットでの) 右下がりの直線で近似できる。

$$\Lambda(T) = 6.2 \times 10^{-19} T^{-0.6} \mathrm{erg\,cm^3\,s^{-1}}, \tag{2.57}$$

これと、式 (2.25) から、冷却時間は、

$$t_{\mathrm{cool}} = 556\mathrm{sec}\frac{T^{1.6}}{n_s} \tag{2.58}$$

で表される。ここで、n_s は衝撃波の後ろでの個数密度である。もちろん、ランキン ・ユゴニオ関係式 (2.45) から、

$$n_s = 4n_0, \tag{2.59}$$

である。一方、

$$\dot{R}_s = \frac{2}{5}\frac{R_s}{t} = 3.97 \times 10^{14} \left(\frac{E_{51}}{n_0}\right)^{1/5} t^{-3/5} \tag{2.60}$$

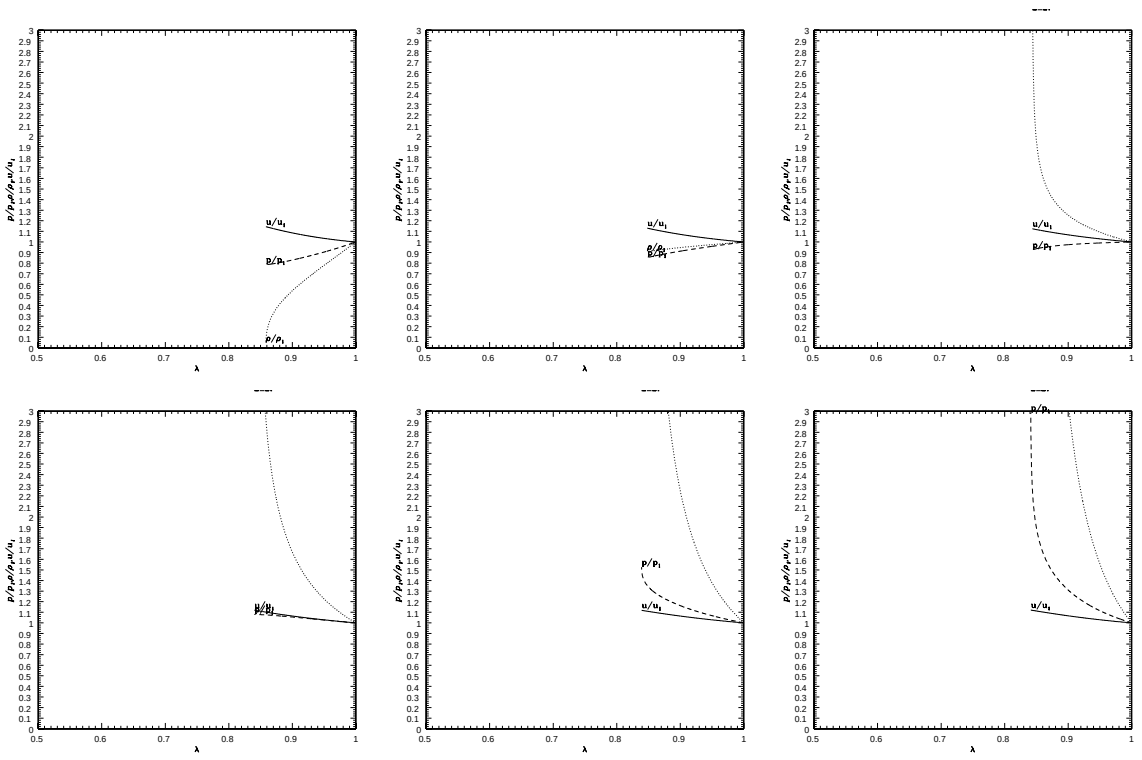

図 2.9: 恒星風バブルに対する自己相似解:密度分布 ($\rho(r) = Br^{-m}$) による違い。上左から、$m = 0$ (一様密度)、$m = 1$、$m = 1.5$、下左から $m = 2$、$m = 2.5$、$m = 3$ に対応。実線は動径方向速度、破線は圧力、点線は密度の動径方向の分布。いずれの物理量も、衝撃波面の内側の値で規格化してある。$V < \delta$ の範囲のみを書いている。

温度の方は、式 (2.46) を考慮すると、

$$\begin{aligned} T_s &= \frac{3}{16}\frac{\mu H \dot{R}_s^2}{k}, \\ &= 2.18 \times 10^{20} \left(\frac{E_{51}}{n_0}\right)^{2/5} t^{-6/5} \end{aligned} \tag{2.61}$$

であるので、$t = t_{\rm cool}(t)$ となる t は、

$$\begin{aligned} t &\simeq 7.55 \times 10^{11} {\rm sec} E_{51}^{0.137} n_0^{-0.479}, \\ &\simeq 2.5 \times 10^4 {\rm yr} E_{51}^{0.137} n_0^{-0.479}, \end{aligned} \tag{2.62}$$

程度であることがわかり、先に数値計算によって得た結果を良く説明する。

2.4　近似的解法

次のような規格化を行なう。

$$\varpi = r/H, \tag{2.63}$$

$$\tau = t/t_D, \tag{2.64}$$

$$\dot{\varpi} = \dot{r}/(H/t_D), \tag{2.65}$$

$$\rho' = \rho/\rho_0, \tag{2.66}$$

$$\mu = M/\rho_0 H^3, \tag{2.67}$$

ここで、投入されるエネルギーに関して、

$$E_0 = Lt^\eta \tag{2.68}$$

すなわち、点源爆発の場合は $\eta = 0$、ウインドの場合は $\eta = 1$ として、時間スケールを

$$t_D = \left(\frac{\rho_0 H^5}{L}\right)^{1/(2+\eta)}, \tag{2.69}$$

ととった。

あとで役に立つので時間のスケールの実際の値を見積もっておく。$\eta = 0$ すなわち爆発の場合、

$$\begin{aligned} t_D &= \left(\frac{\rho_0 H^5}{E_0}\right)^{1/2}, \\ &= 2.37 \times 10^6 \mathrm{yr} \left(\frac{\rho_0}{2 \times 10^{-24} \mathrm{g\ cm^{-3}}}\right)^{1/2} \left(\frac{H}{100 \mathrm{pc}}\right)^{5/2} \left(\frac{E_0}{1 \times 10^{51} \mathrm{erg}}\right)^{-1/2} \end{aligned} \tag{2.70}$$

スーパーバブルに適当な値に直すと、

$$t_D = 2.37 \times 10^5 \mathrm{yr} \left(\frac{\rho_0}{2 \times 10^{-24} \mathrm{g\ cm^{-3}}}\right)^{1/2} \left(\frac{H}{100 \mathrm{pc}}\right)^{5/2} \left(\frac{E_0}{1 \times 10^{53} \mathrm{erg}}\right)^{-1/2}, \tag{2.71}$$

となる。また $\eta = 1$ すなわち時間的に一定の値でエネルギーが放出される場合には、

$$\begin{aligned} t_D &= \left(\frac{\rho_0 H^5}{L_0}\right)^{1/3}, \\ &= 5.63 \times 10^6 \mathrm{yr} \left(\frac{\rho_0}{2 \times 10^{-24} \mathrm{g\ cm^{-3}}}\right)^{1/3} \left(\frac{H}{100 \mathrm{pc}}\right)^{5/3} \left(\frac{L_0}{1 \times 10^{36} \mathrm{erg\ s^{-1}}}\right)^{-1/3} \end{aligned} \tag{2.72}$$

スーパーバブルに適当な値に直すと、

$$t_D = 1.21 \times 10^6 \mathrm{yr} \left(\frac{\rho_0}{2 \times 10^{-24} \mathrm{g\ cm^{-3}}}\right)^{1/3} \left(\frac{H}{100 \mathrm{pc}}\right)^{5/3} \left(\frac{L_0}{1 \times 10^{38} \mathrm{erg\ s^{-1}}}\right)^{-1/3} \tag{2.73}$$

のようになる。

2.4.1 Kompaneets 法

Kompaneets(1960: Sov. Phys. Dokl. 5, 46) は、衝撃波後面の圧力が、系に注入されたエネルギー E_0 を体積で割った量に比例することを仮定した。すなわち、一様密度 ρ_0 に、時刻 t までに $E_0 = Lt^\eta$ のエネルギーが注入される場合は、ランキン ・ユゴニオ関係で膨張速度と関連している衝撃波後面の圧力は

$$\begin{aligned} p_s &= \frac{2\rho \dot{R}_s^2}{\gamma+1} \\ &= (\gamma-1)\zeta \left(\frac{E_0}{4\pi R_s^3/3}\right) \\ &= (\gamma-1)\zeta \left(\frac{Lt^\eta}{4\pi R_s^3/3}\right), \end{aligned} \tag{2.74}$$

であたえられるとした。ここで、ζ を一定。そうすると、

$$\dot{R}_s = \sqrt{\frac{(\gamma^2-1)\zeta}{2}\frac{Lt^\eta}{\rho V}} \tag{2.75}$$

で膨張速度が決定される。

1 次元球対称の場合

ここで扱うのは密度分布が $\rho(r)$ のような場合である。この 1 次元球対称の場合は、この衝撃波後面の圧力を用いて、衝撃波面の伝搬速度 $\dot{R}_s$ は、

$$\dot{R}_s = \left(\frac{\gamma+1}{2}\frac{p_s}{\rho_0}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{(\gamma^2-1)\zeta}{2}\frac{3Lt^\eta}{4\pi\rho R_s^3}}, \tag{2.76}$$

のように書ける。密度分布が一様 $\rho(r) = \rho_0$ の場合は、これを積分すると、衝撃波の膨張則として

$$R_s = \left[\frac{75}{(\eta+2)8\pi}(\gamma^2-1)\zeta\right]^{1/5} \left(\frac{L}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{\frac{\eta+2}{5}}, \tag{2.77}$$

が得られる。式 (2.74) を式 (2.76) に代入した式規格化すると、

$$\varpi_s^{3/2}\dot{\varpi}_s = \sqrt{\frac{3}{8\pi}(\gamma^2-1)\zeta}\tau^{\eta/2}, \tag{2.78}$$

のようになる。こちらを積分すれば

$$\varpi_s = \left[\frac{75}{(\eta+2)8\pi}(\gamma^2-1)\zeta\right]^{1/5} \tau^{\frac{\eta+2}{5}}, \tag{2.79}$$

となるのは当然である。

回りの物質が分布を持っていた場合を考える。たとえば $\rho = \rho_0 \exp(-r/H)$ を調べてみる。式 (2.78) に相当するのは、

$$\varpi_s^{3/2}\dot{\varpi}_s = \sqrt{\frac{3}{8\pi}(\gamma^2-1)\zeta}\exp(\varpi/2)\tau^{\eta/2}, \tag{2.80}$$

である。この式は

$$\int_0^{\varpi_s} \varpi^{3/2}\exp(-\varpi/2)d\varpi = \sqrt{\frac{3}{8\pi}(\gamma^2-1)\zeta}\int_0^\tau \tau^{\eta/2}d\tau, \tag{2.81}$$

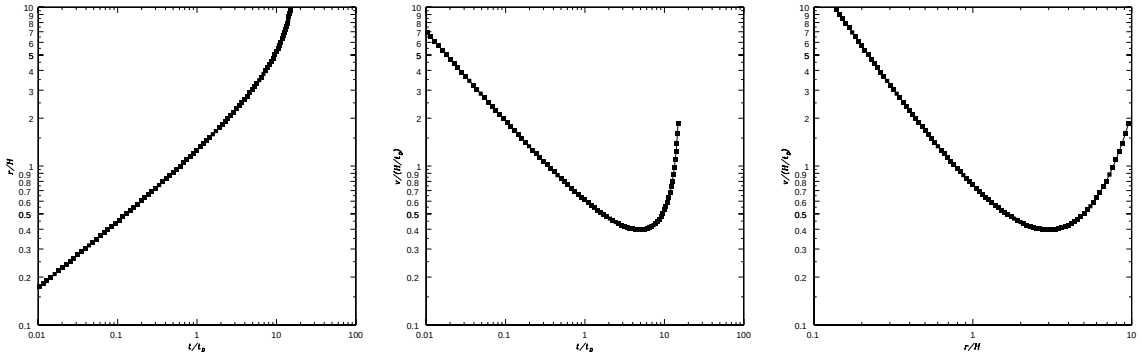

図 2.10: Kompaneets 近似を行なって求めた $\eta = 0$ (爆発) の場合の衝撃波面の膨張則 $\varpi_s(\tau)$ (左) と膨張速度 $\dot{\varpi}_s(\tau)$ (中) の時間変化、さらに右図は膨張速度と半径の関係 $\dot{\varpi}_s(\varpi)$。右図から $R_s = 3H$ を越えると衝撃波が加速されていることがわかる。

の様に書けるが、左辺の不定積分は初等関数には書けないから、ϖ_s に値を与えて数値積分によって左辺を計算することによって、τ と ϖ_s の関係を得ることができる。さらに、式 (2.80) を使えば、$\dot{\varpi}_s$ も τ に関して決めることができる。これを図 2.10 (左が ϖ_s、右が $\dot{\varpi}_s$) に示す。

$\rho(r) = \rho_0 \exp(-r/H)$ の密度分布に対しては、$m = -\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln r} = r/H$ だから、自己相似解の議論によれば、$\eta = 0$ の場合 $m > 3$ で衝撃波が加速されることを予測しているが Kompaneets 近似を用いてもこの点では同じ結果を得る。ただし、これは $\eta = 0$ の場合に特有で $\eta = 1$ の場合は、自己相似解は加速開始点として $m > 2$ となる $r/H = 2$ を予言するが、Kompaneets 近似は $r/H = 1.74$ を与える。

非球対称の密度分布の場合

この場合こそが Kampaneets 法の真骨頂なのであるが、

$$p_s = \frac{\rho V_s^2}{\gamma + 1} \tag{2.82}$$

がどのように衝撃波の非球対称の伝搬を記述できるかを見てみよう。円柱座標 (z, r) を用いて、波面の方程式が

$$f(z, r; t) = 0, \tag{2.83}$$

のように書けているとする。波面の時間変化をあらわす式は、

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial f}{\partial r}\frac{dr}{dt} = 0, \tag{2.84}$$

である。衝撃波面の進行速度 $\mathbf{D}$ は

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} D_z \\ D_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dz}{dt} \\ \frac{dr}{dt} \end{pmatrix}, \tag{2.85}$$

のように書けるから、式 (2.84) は、

$$\mathbf{D} \cdot \nabla f = D_N |\nabla f| = -\frac{\partial f}{\partial t}, \tag{2.86}$$

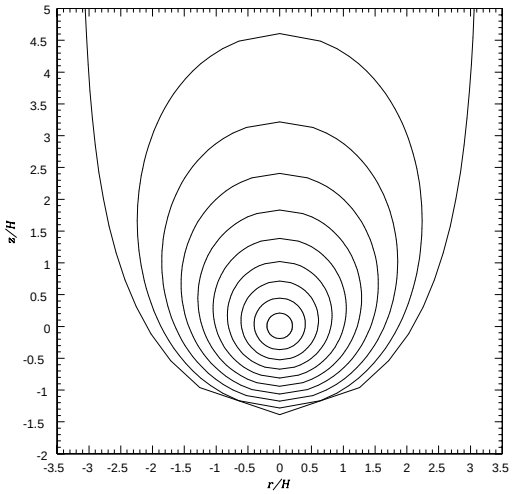

図 2.11: Kompaneets 法による衝撃波面の伝搬の様子。それぞれの y の値は $y = 0.2H$、$0.4H$、...、$2H$ で、空間座標は H を単位として描いてある。

ここで D_N は式 (2.82) に現れる V_s で、波面に垂直方向の伝搬速度をあらわす。Kampaneets 法では衝撃波面の伝搬速度は内部エネルギーを体積で割った平均内部エネルギー密度の平方根に比例すると仮定している。すなわち、

$$D_N = \left(\frac{\gamma^2 - 1}{2} \zeta \frac{L t^\eta}{\rho_0 V(t)} \right)^{1/2}, \tag{2.87}$$

わかりやすくするために、関数 f を

$$f(r, z; t) = r - g(z, t) = 0, \tag{2.88}$$

の形に置く（t を決めると波面の形が z 軸からの距離 r が z の関数 $g(z, t)$ として得られるという式）と、

$$|\nabla f|^2 = \left(\frac{\partial g}{\partial z} \right)^2 + 1, \tag{2.89}$$

だから、式 (2.86) は、

$$\left(\frac{\partial g}{\partial t} \right)^2 = \left[\left(\frac{\partial g}{\partial z} \right)^2 + 1 \right] (\gamma^2 - 1) \zeta \frac{L t^\eta}{2 \rho_0 V(t)}, \tag{2.90}$$

となる。

$$\rho_0 = \rho_A \Omega(z) \tag{2.91}$$

とおき、

$$\begin{aligned} y &= \int_0^t \left[(\gamma^2 - 1) \frac{\zeta L t^\eta}{2 \rho_A V(t)} \right]^{1/2} dt, \\ \frac{y}{H} &= \int_0^{t/t_D} \left(\frac{(\gamma^2 - 1) \zeta (t/t_D)^\eta}{2 V / H^3} \right)^{1/2} d(t/t_D), \end{aligned} \tag{2.92}$$

という置換えで、変数を t から y に変更すると、

$$\left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2 = \frac{1}{\Omega(z)}\left[\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)^2 + 1\right], \tag{2.93}$$

または、$r = g(z,t)$ だから、

$$\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 = \frac{1}{\Omega(z)}\left[\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 + 1\right], \tag{2.94}$$

これと、式 (2.92)、式 (2.94) が衝撃波面の時間発展を表す Kampaneets の式である。

指数関数分布を持つ平行大気中の爆風衝撃波の伝搬

この場合は式 (2.91) で $\Omega(z) = \exp(-z/H)$ に該当する。式 (2.94) は

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right) &= \xi, \\ \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right) &= \sqrt{\xi^2 \exp(-z/H) - 1},\end{aligned} \tag{2.95}$$

のように変数分離して解くことができて、

$$r = \xi y \pm \int_0^z \sqrt{\xi^2 \exp(-z/H) - 1}dz + b(\xi), \tag{2.96}$$

$$\frac{\partial r}{\partial \xi} = y \pm \int_0^z \frac{\xi \exp(-z/H)}{\sqrt{\xi^2 \exp(-z/H) - 1}}dz + \frac{db}{d\xi} = 0, \tag{2.97}$$

ここで ξ は分離パラメータである。関数 $b(\xi)$ は初期 $(y/H \ll 1)$ に半径が小さくなることから $b(\xi) = 0$ でなければならない。この 2 つから ξ を消去すると

$$r(z,y) = 2H \arccos\left[\frac{1}{2}\exp(z/2H)\left(1 - \frac{y^2}{4H^2} + \exp(-z/H)\right)\right] \tag{2.98}$$

これをいくつかの y の値 (すなわち $y = 0.2H$、$0.4H$、...、$2H$) に対して衝撃波面の位置を図 2.11 に示した。$r = 0$ となるのは arccos の引数が 1 になる時だけだが、

$$\begin{aligned}\exp(-z_1/2H) &= 1 - \frac{y}{2H}, \\ \exp(-z_2/2H) &= 1 + \frac{y}{2H},\end{aligned} \tag{2.99}$$

密度の減少する方向に進む衝撃波の位置 $z_1 > 0$ は $y/2H \to 1$ の時に $z \to \infty$ となっており、この衝撃波が、有限の時間で無限遠に到着することになっている。この現象ををを吹きだし (Blow-out) と呼んでいる。一方密度の増加する方向に進む衝撃波についてはそのようなことは起こらない。

また、$\frac{\partial r}{\partial z} = 0$ となる条件を求めると、

$$\exp(-z/H) = 1 - \frac{y^2}{4H^2}, \tag{2.100}$$

であり、半径の最大値は

$$r_{\max} = 2H \arccos\sqrt{1 - \frac{y^2}{4H^2}} = 2H \arcsin\frac{y}{2H} \tag{2.101}$$

	$\eta=0$		$\eta=1$	
	時間 t_a	半径 R_a	時間 t_a	半径 R_a
シェル	$14.8t_D$	$5.25H$	$3.48t_D$	$2.29H$
衝撃波面	$4.95t_D$	$3H$	$2.00t_D$	$1.74H$

表 2.3: 点源爆発 $\eta=0$ で $\exp(-r/H)$ の場合の減速から加速に移る時刻 t_a とその半径 R_a の値

$y/2H \to 1$ のときに $\arcsin(y/2H) \to \pi/2$ だから、平行平板大気に衝撃波によって開けられる穴の最大の半径は

$$r_{\max} \leq \pi H \tag{2.102}$$

スケールハイトの π 倍に過ぎないことがわかる。これがエネルギーによらないのはエネルギーを大量に放出してもその大部分は密度の薄い領域に逃げ去り穴を大きくするのには使えないことを意味している。

衝撃波面の形を表す方程式 (2.98) と時間とよってどの y の値を選ぶべきか (時間発展) を表している方程式 (2.92) とがわかれているということは、衝撃波面の形だけからは現象の年齢や、エネルギー放出の形態 (爆発かウインド的かなど) を決めることはできないことを示している。

指数関数分布を持つ平行大気であっても密度に下限がある場合、すなわち

$$\rho(z) = \rho_0 \left[\exp(-z/H) + \alpha\right], \tag{2.103}$$

(ここで α は $0 < \alpha < 1$ の定数) については、Silich と Fomin(1983, Sov. Phys. Dokl. 28, 157) が Kompaneets 法を用いて、衝撃波の伝搬を得ている。これによると、密度に下限がある場合は吹きだしは起こらない。

Kompaneets の近似の改良

この ζ は (1) 系内の熱エネルギーのエネルギーに対する比と、(2) 衝撃波の後面での圧力の平均圧力に対する比の積になっている。爆風波が加速される時は (1)、(2) ともに時間とともに減少する。したがって、ζ を一定とする近似は爆風波が加速される時は良くない。

2.4.2 Virial 解析

ここでは Ostriker & McKee (1988: Rev. Mod. Phys. 60, 1) および Koo & McKee (1990: ApJ 354, 513) によって展開された Virial の定式化を見てみる。

$$I = \frac{d}{dt}\int_0^{R_s} r\rho v dV = 4\pi[r^3\rho v]_{R_s}\dot{R}_s + \int_0^{R_s} r\frac{\partial \rho v}{\partial t}dV, \tag{2.104}$$

に関する方程式を運動方程式と連続の式を使って変形してみる。ここで現れる $\frac{\partial \rho v}{\partial t}$ は、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho v}{\partial t} &= \rho\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial \rho}{\partial t}, \\
&= \rho\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{v}{r^2}\frac{\partial r^2\rho v}{\partial r}, (\text{連続の式から}) \\
&= \rho\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2\rho v^2}{\partial r} + \rho v\frac{\partial v}{\partial r},
\end{aligned}$$

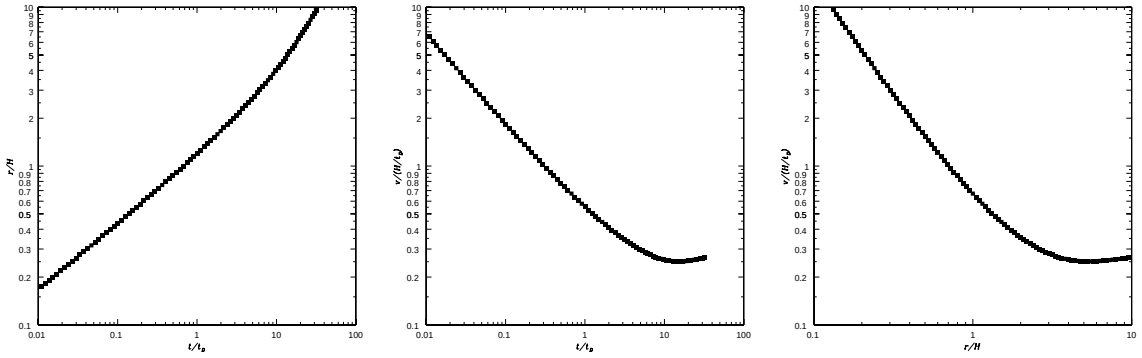

図 2.12: シェル近似を行なって求めた R の膨張則　(左) と膨張速度　(中)、膨張速度とサイズの関係　(右)

$$= \quad \rho\frac{dv}{dt} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2\rho v^2}{\partial r}, \tag{2.105}$$

となるから、運動方程式を使うと、

$$\begin{aligned} I &= 4\pi R_s^3\rho_1 v_1\dot{R}_s + \int_0^{R_s} r\left\{\rho\frac{dv}{dt} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2\rho v^2}{\partial r}\right\}dV, \\ &= 4\pi R_s^3\rho_1 v_1\dot{R}_s - \int_0^{R_s} r\frac{\partial p}{\partial r}dV - \int_0^{R_s} 4\pi r\frac{\partial r^2\rho v^2}{\partial r}dr, \end{aligned} \tag{2.106}$$

運動方程式の右辺に現れる積分は

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{R_s} r\frac{\partial p}{\partial r}dV = \int_0^{R_s} r\frac{\partial p}{\partial r}4\pi r^2 dr, \\ &= [4\pi r^3 p]_0^{R_s} - \int_0^{R_s} 3p4\pi r^2 dr, \\ &= 4\pi R_s^3(p_1 - \bar{p}), \end{aligned} \tag{2.107}$$

となる。ここで、添字 1 は衝撃波の後面の物理量を、$\bar{p}$ は体積平均量を表す。これを用いて、

$$\begin{aligned} I &= 4\pi R_s^3\rho_1 v_1\dot{R}_s - 4\pi R_s^3(p_1 - \bar{p}) - 4\pi R_s^3\rho_1 v_1^2 + \int_0^{R_s}\rho v^2 dV, \\ &= 4\pi R_s^3(\bar{p} - p_1) + 4\pi R_s^3\rho_1 v_1(\dot{R}_s - v_1) + \int_0^{R_s}\rho v^2 dV, \end{aligned} \tag{2.108}$$

強い衝撃波に対するランキン ・ユゴニオ関係を用いると、$p_1 = \rho_1 v_1(\dot{R}_s - v_1)$ が成り立つから、最終的にビリアル関係式

$$\frac{d}{dt}\int_0^{R_s} r\rho v dV = 4\pi R_s^3\bar{p} + \int_0^{R_s}\rho v^2 dV, \tag{2.109}$$

が導かれる。ここで、質量で重みを掛けた平均の半径を

$$R = \frac{1}{M_s}\int_0^{R_s} r\rho dV, \tag{2.110}$$

ただし

$$M_s = \int_0^{R_s}\rho dV, \tag{2.111}$$

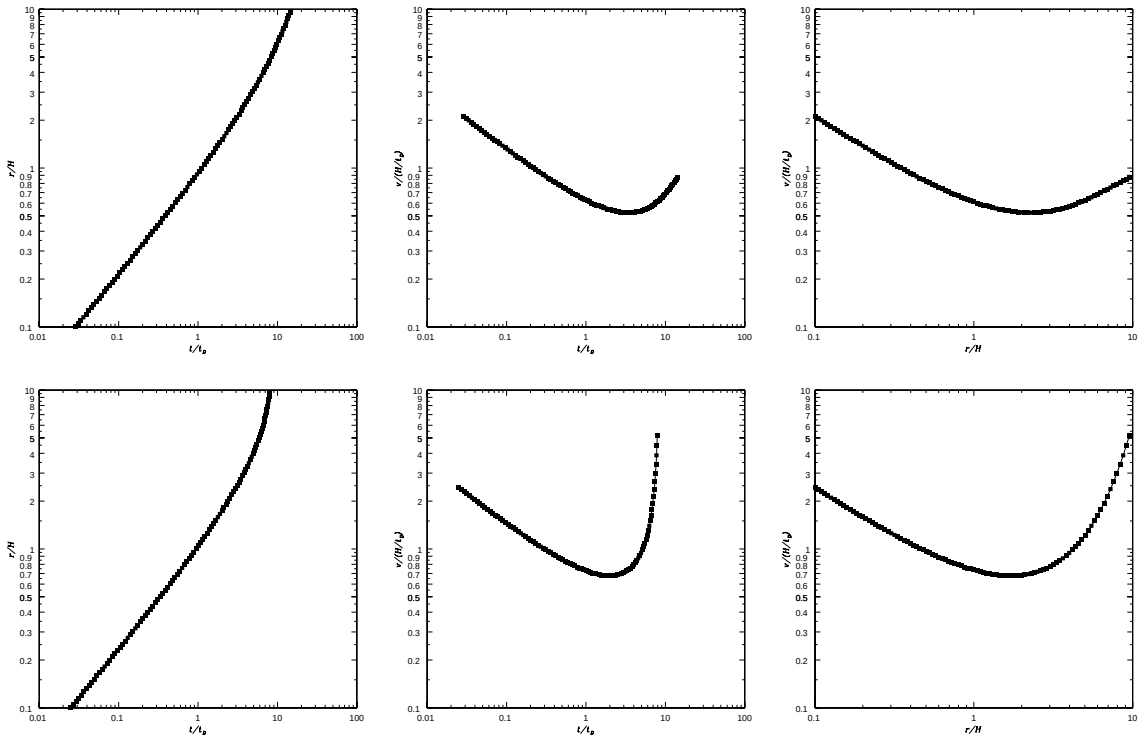

図 2.13: $\eta = 1$ ウインドに対応する、R の膨張則 (左) と膨張速度 (中)、膨張速度とサイズの関係 (右)。上段はシェルに対するもので、下段は衝撃波面の距離に対するもの。

で定義し、r と v のモーメントを

$$J_{m,n} \equiv \int_0^{R_s} \left(\frac{r}{R}\right)^m \left(\frac{v}{\dot{R}}\right)^n \frac{dM}{M_s}, \tag{2.112}$$

のように記述すると、ビリアル関係式 (2.109) は、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(J_{1,1} M_s R \dot{R}\right) &= 4\pi R_s^3 \bar{p} + J_{0,2} M \dot{R}^2 \\ &= 3(\gamma - 1) E_{\rm th} + J_{0,2} M \dot{R}^2 \end{aligned} \tag{2.113}$$

となる。ここで、$E_{\rm th}$ は、内部エネルギーで、エネルギーの保存

$$E_{\rm th} = E_0 - \frac{1}{2} J_{0,2} M_s \dot{R}^2, \tag{2.114}$$

を代入すると、

$$\frac{d}{dt}\left(J_{1,1} M_s R \dot{R}\right) = 3(\gamma - 1) E_0 + \frac{5 - 3\gamma}{2} J_{0,2} M_s \dot{R}^2 \tag{2.115}$$

シェルの膨張則

この節の最初に示した規格化を行なうと、式 (2.113) は、

$$\frac{d}{d\tau}\left(J_{1,1} \mu_s \varpi \dot{\varpi}\right) = 3(\gamma - 1)\tau^\eta + \frac{5 - 3\gamma}{2} J_{0,2} \mu_s \dot{\varpi}^2 \tag{2.116}$$

となる。$\gamma = 5/3$ とすると、右辺第 2 項 = 0 となることに注意しよう。ここで、シェル近似すなわち、$J_{1,1}\mu_s = \mu(\varpi)$、$J_{0,2} = J_{1,1} = 1$ を行なって、$\gamma = 5/3$ とすると、式 (2.116) は τ で積分できて

$$\mu\varpi\dot{\varpi} = \frac{2}{\eta+1}\tau^{\eta+1}, \tag{2.117}$$

となる。これがシェルの膨張を決める方程式である。ここで、一様密度の時すなわち、$\mu = 4\pi\varpi^3/3$ のときは

$$\varpi = \left(\frac{15}{2\pi(\eta+1)(\eta+2)}\right)^{1/5}\tau^{\frac{\eta+2}{5}}, \tag{2.118}$$

となる。また、減少する密度分布 $\rho = \rho_0\exp(-r/H)$ (規格化すると $\rho' = \exp(-\varpi)$) の場合には、

$$\mu = \int_0^{\varpi} 4\pi r^2\exp(-\varpi)dr = 4\pi\left[2 - \left(\varpi^2 + 2\varpi + 2\right)\exp(-\varpi)\right] \tag{2.119}$$

となる。式 (2.117) は、

$$\int_0^{\varpi}\mu\varpi d\varpi = \frac{2\tau^{\eta+2}}{(\eta+1)(\eta+2)}, \tag{2.120}$$

の形に積分できて、ここへ式 (2.119) を代入すると、

$$\int_0^{\varpi}\mu\varpi d\varpi = 4\pi\left[\varpi^2 - 12 + \left(\varpi^3 + 5\varpi^2 + 12\varpi + 12\right)\exp(-\varpi)\right] = \frac{2\tau^{\eta+2}}{(\eta+1)(\eta+2)}, \tag{2.121}$$

この式で、ϖ を与えて τ について解くと、τ と ϖ の関係、すなわち膨張則が得られる [図 2.12 左 $(\eta = 0)$、図 2.13 下左 $(\eta = 1)$]。また、膨張速度は、式 (2.117) の

$$\dot{\varpi} = 2\frac{\tau^{\eta+1}}{\eta+1}\frac{1}{\mu\varpi}, \tag{2.122}$$

から与えられ、図 2.12 中 $(\eta = 0)$、図 2.13 下中 $(\eta = 1)$ のようになる。

ここで求めたシェルの重心の膨張則 ($\eta = 0$ については図 2.12、$\eta = 1$ については図 2.13 下) を Kompaneets 近似を用いて解いたそれ ($\eta = 0$ については図 2.10、$\eta = 1$ については図 2.13 上) と比較してみよう。減速から加速に移る時刻 t_a とそのときの衝撃波面とシェルの半径 R_a をまとめると表 2.3 のようになる。衝撃波面が加速される状況になっても、シェルの重心は加速されなかったり、ゆっくりとしか加速されないことがわかる。それは、そのような加速に移る場所での密度が非常に小さいため、「シェルの重心」の運動に寄与しないためである。また減速フェーズでは、シェルの重心の半径と衝撃波面の半径の比はおよそ $\varpi_s/\varpi = R_s/R \simeq 1.05$ で一定であることがわかる。

練習問題 (2.4.2
密度分布がガウス分布すなわち $\rho(r) = \rho_0\exp(-r^2/H^2)$ であるとき、衝撃波とシェルの重心の伝搬の様子を Kompaneets 法とビリアル関係式を用いて解析し、衝撃波やシェルが減速から加速に移る時間とその時の中心からの距離を求めよ。

2.4.3　Hnatyk (Gnatyk) 近似

自己相似解から期待される衝撃波面の伝搬は $\eta = 0$ の場合は

$$R_s = A\left(\frac{E_0}{\rho(r)}\right)^{1/5}t^{2/5}, \tag{2.123}$$

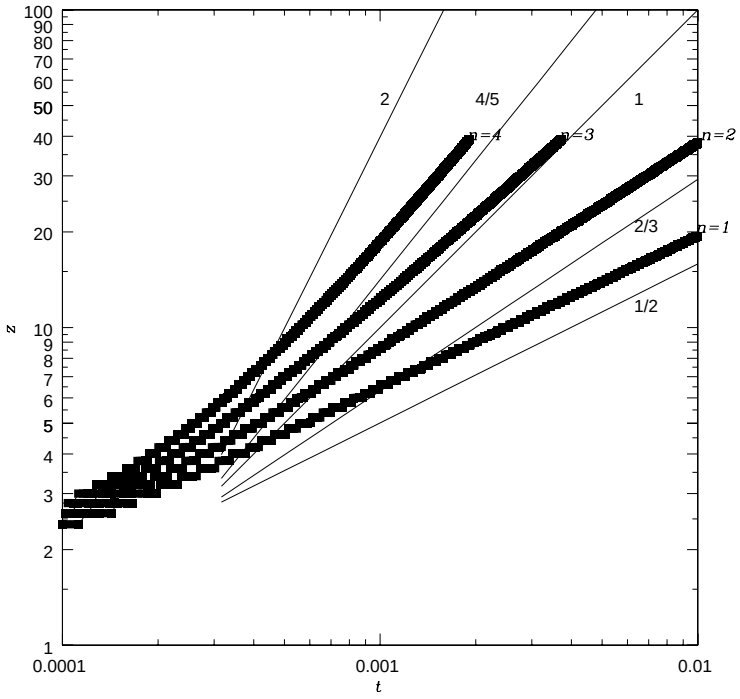

図 2.14: Lagrange 法による、衝撃波面の膨張則。$\rho \propto r^{-m}$ の密度分布が仮定されている。$m=1$、$m=2$、$m=3$、$m=4$ に対するの衝撃波面の位置を表している。

で、衝撃波面が通過する前の密度分布が距離の冪乗に比例する場合、すなわち

$$\rho(r) = B_0 r^{-m}, \tag{2.124}$$

である時は、

$$R_s = A\left(\frac{E_0}{B}\right)^{1/5} t^{\frac{2}{5-m}}, \tag{2.125}$$

である。m を増加させていった時に、$R_s \propto t^1 (m=3)$、$R_s \propto t^2 (m=4)$ のように衝撃波がどんどん加速されていくのだろうか。

数値計算によればそれは否である。図 2.14 に、同じエネルギーの点源爆発が起こった後の衝撃波面の位置を時間の関数として示した。ここで、m は密度分布の冪を表す。$m<3$ では式 (2.125) で示す冪は良い近似であるが、$m \gtrsim 3$ では式 (2.125) で示す冪 ($m=4$ では $R_s \propto t^2$) は明らかに、加速の効果を過剰に見積もっており、$R_s \propto t^{5/4}$ が良い近似を与えていることがわかる。

そこで、Klimishin と Gnatyk(1982: Astrophysica 17,306) は、1 次元の数値計算結果を、衝撃波が減速される場合、$m<3$ では $R_s \propto t^{\frac{2}{5-m}}$ で衝撃波が加速される場合、$m>3$ では $R_s \propto t^{\frac{5}{8-m}}$ で近似できることを示した。つまり、衝撃波が加速される場合、決して式 (2.125) で示す冪乗の膨張則 $R_S \propto t^{2/(5-m)}$ まで加速されることはなく、もっとゆっくりと増加してゆくことをこのように近似した。

この結果は膨張速度 dR_S/dt が

$$\frac{dR_s}{dt} = \begin{cases} D_D = C(\rho R_s^3)^{-1/2} & m<3 \\ D_A = C(\rho R_s^3)^{-1/5} & m>3 \end{cases} \tag{2.126}$$

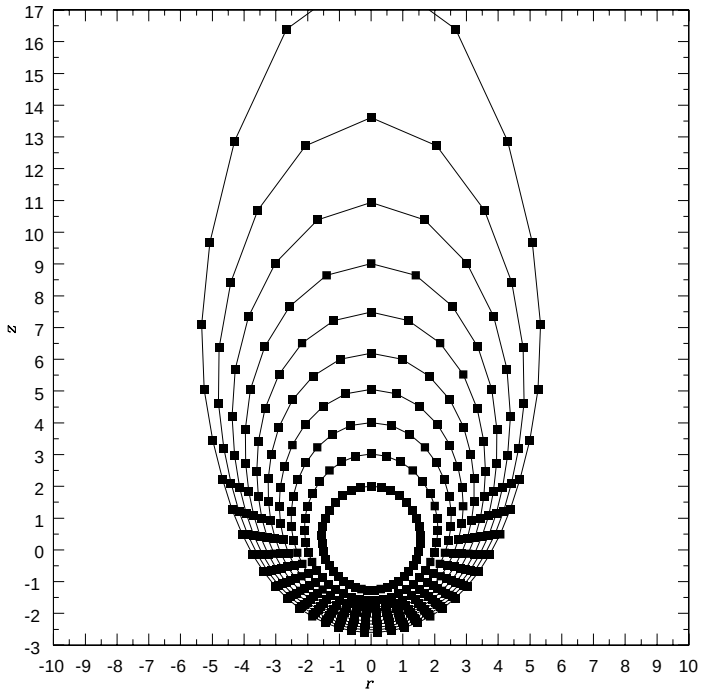

図 2.15: Hnatyk 近似による、衝撃波面の伝搬の様子。$\rho \propto \exp(-z)$ の密度分布が仮定されている。$t = 2t_D$、$4t_D$、$6t_D$、$8t_D$、...、$20t_D$、の時点の衝撃波面の位置を表している。

で表されることと対応している。

そこで、Hnatyk と Petruk(1999 Astron. Astrophys 344, 295) は、

1. $m = -\frac{\partial \log \rho}{\partial \log r}$ で定義されるローカルな密度分布インデックス m が減速を示すか (爆発の場合 $m < 3$)、加速を示すか $(m > 3)$ で、それぞれ、式 (2.126 上)、式 (2.126 下) をとる。
2. 初期には一様密度の分布中を伝搬すると仮定すると初期には $\frac{dR_s}{dt} = D_D$ であり、$m = 3$ となった時点　($R_s = R_1$) で、

$$\frac{dR_s}{dt} = D_D(R_1) \left(\frac{\rho(R_1) R_1^3}{\rho(R_s) R_s^3} \right)^{1/5}, \tag{2.127}$$

   に乗り移る。
3. 上の膨張速度で衝撃波面の各々の部分が膨張をする。

という仮定を置いて、$\exp(-z/H)$ に比例する密度分布の中での、点源爆発の結果生じた衝撃波の伝搬を近似計算した。

$$\rho(z) = \rho_0 \exp(-z/H), \tag{2.128}$$

に対しては、θ を z 軸と動径 r 方向の間の角とすると、

$$\frac{\partial \log \rho(r)}{\partial \log r} = \frac{\partial \log \rho(r \cos\theta)}{\partial \log r}, \tag{2.129}$$

$$= -\frac{r \cos\theta}{H} \tag{2.130}$$

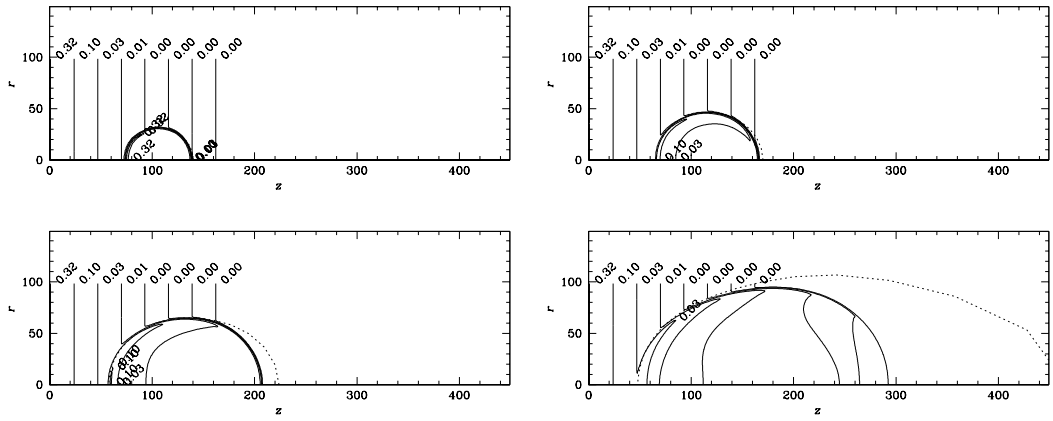

図 2.16: van Leer の monotinic scheme で計算した、$\exp(-z/H)$ の平行大気中の点源爆発の解 (実線) と、Hnatyk 近似による、衝撃波面の伝搬 (破線) の比較。グラフの単位で $H = 20$ に当たっており、$t = 2t_D$、$5t_D$、$10t_D$、$20t_D$、の時点の衝撃波面の位置をそれぞれ比較している。

であるから、$-\frac{\partial \log \rho(r)}{\partial \log r} = m = 3$ となるのは、$r = 3H/\cos\theta$ の時である。

長さの代表的な値を H にとり、$\varpi = R/H$、$\zeta = z/H$ のような規格化された長さを用い、代表的な時間を $t_D \equiv H^{5/2}(\rho_0/E_0)^{1/2}$ のようにとる (これは一様密度の中で衝撃波面の距離が H に到達する時間、すなわち $H = (E_0/\rho_0)^{1/5} t_D^{2/5}$ が成り立つ時間として定義されている)。これによって時間は、$\tau = t/t_D$ と規格化され、さらに速度は H/t_D を用いて規格化される。一様密度の中で膨張する衝撃波面の間での距離は

$$R_s(t) = \left(\frac{E_0}{\alpha_A \rho_0}\right)^{1/5} t^{2/5}, \tag{2.131}$$

と表されるから、Klimishin と Gnatyk の近似を用いると、減速フェーズでは膨張速度に関して、

$$\frac{d\varpi}{dt} = \frac{2}{5\alpha_A^{1/2}} \exp(\zeta/2)\varpi^{-3/2}, \tag{2.132}$$

$$\zeta = \varpi \cos\theta, \tag{2.133}$$

が成り立つことがわかる。これから、減速から加速膨張へ移る点 $r = 3H/\cos\theta$ $(\varpi_1 = 3/\cos\theta)$ では

$$\frac{d\varpi}{dt} = \frac{2}{5\alpha_A^{1/2}} \exp(3/2)(3/\cos\theta)^{-3/2}, \tag{2.134}$$

で与えられ、それ以降、

$$\frac{d\varpi}{dt} = \left.\frac{d\varpi}{dt}\right|_{\varpi_1} \left[\frac{\exp(-3)\varpi_1^3}{\exp(-\varpi\cos\theta)\varpi^3}\right]^{1/5}, \tag{2.135}$$

で与えられる。これを、図に描くと図 2.15 の様になる。また、この伝搬の様子を 2 次元軸対称の van Leer の monotonic scheme を用い、$\rho \propto \exp(-z/H)$ の平行平板大気中での点源爆発の進化を比較した (図 2.16)。これからは、まだ衝撃波の加速について過剰に評価しているようである。

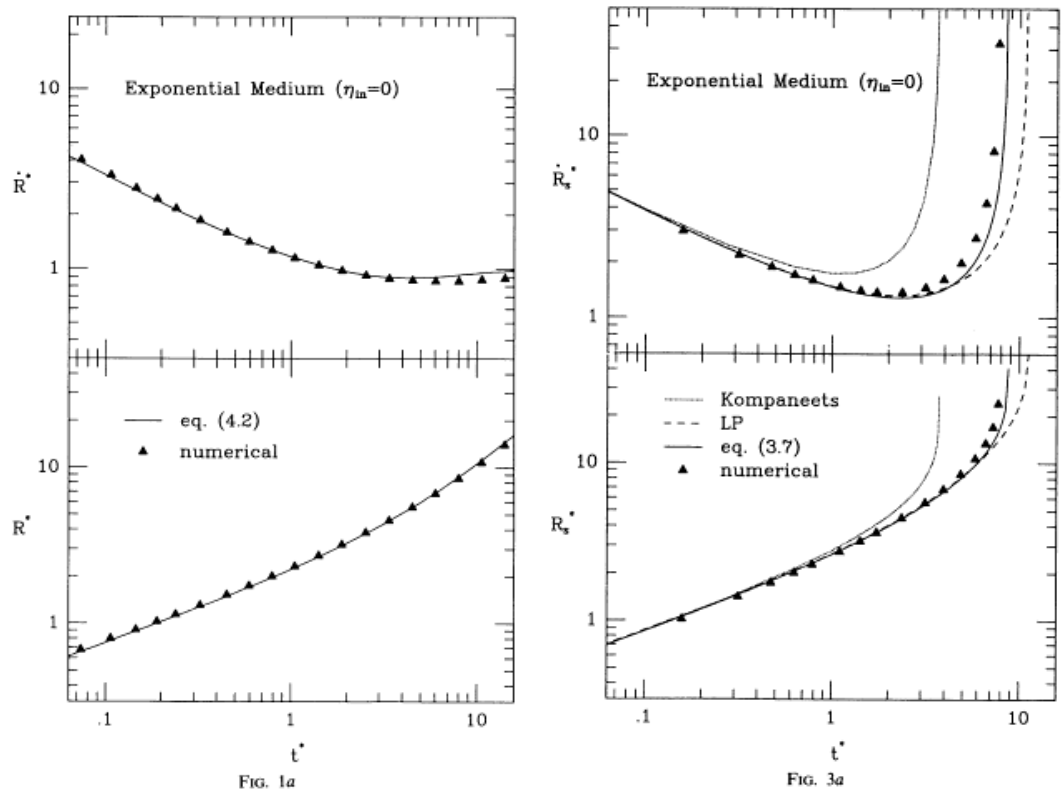

FIG. 1a　FIG. 3a

図 2.17: シェル近似を行なって求めた R の膨張則 (左) と衝撃波面 R_s の膨張則 (右)。Koo と McKee (1990) より。(彼らは t_D の定義が $t_D = (4\pi\rho_0 H^5/L)^{1/(2+\eta)}$ 定数倍だけ異なっているので、図 2.12 を左へ方向へ $(4\pi)^{-1/2} = 1/3.5$ 倍だけシフトすれば、この左側の図と重なる。) $\rho = \rho_0 \exp(-r/H)$ の密度分布で、点源爆発に対応するもの。衝撃波面は $\tau > 2.3$ 以降急速に加速されるが、シェルの重心は $\tau > 4.28$ 以降ゆっくりとしか加速されない。

2.4.4　Thin Shell 近似法

衝撃波後面で輻射冷却が顕著になると薄いシェルが形成されるが、その伝搬はどのように記述されるだろうか。輻射冷却によって熱エネルギーが運び去られるので、もはやエネルギーの保存は成り立たない。輻射冷却によって冷えたシェルは十分薄いとして、そこに加わる力を考えることによって運動方程式を解き、その伝搬を調べる方法を Thin Shell 近似法と呼ぶ。

球対称 1 次元の場合

球対称 1 次元の場合、一様密度 ρ_0 の星間気体の中に広がってゆく、半径 R シェルの速度を $\dot{R}$ とする。シェルの質量 M は $M = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho_0$ であるから、その運動量は、$M\dot{R} = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho_0 \dot{R}$ であり、内側から圧力 p が、外側から星間気体の圧力 p_0 がシェルに加わるので、シェルの運動方程式は

$$\frac{d}{dt}\left(\rho_0 V \dot{R}\right) = 4\pi R^2 (p - p_0), \tag{2.136}$$

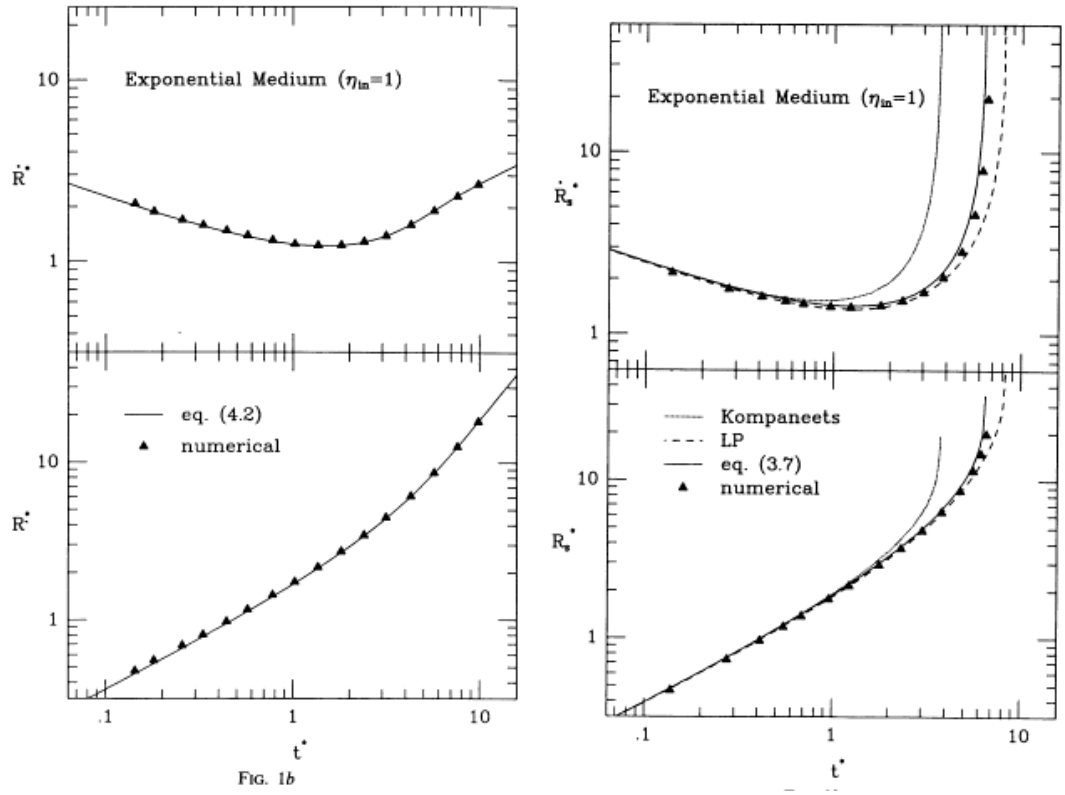

FIG. 1b

図 2.18: シェル近似を行なって求めた R の膨張則 (左) と衝撃波面 R_s の膨張則 (右)。$\rho = \rho_0 \exp(-r/H)$ の密度分布で、ウインドに対応するもの。衝撃波面は $\tau > 1.24$ 以降急速に加速されるが、シェルの重心は $\tau > 2$ 以降ゆっくりとしか加速されない。

となる。一方、内部は低密度であるのでほぼ断熱と考えて良く、圧力と体積は断熱関係で結ばれることになる。すなわち

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{pV}{\gamma-1}\right) = L_0 - p\frac{dV}{dt}, \tag{2.137}$$

で変化する。これは、

$$\ln pV^\gamma = (\gamma-1)\int \frac{L_0}{pV}dt, \tag{2.138}$$

のように書ける。

2.4.5 超新星残骸の進化 (その 2)

これを用いて輻射冷却が顕著に効くようになった後の超新星残骸の進化を調べてみよう。

運動量保存雪かき膨張

輻射冷却の効果で薄いシェルが形成されたときのシェルの持つ運動量を保ったまま膨張するとどのような運動をするのだろうか (運動量保存膨張)。

シェルの半径を R、その速度を $\dot{R}$、また、シェルが形成されたときのそれぞれの値を添え字 i を

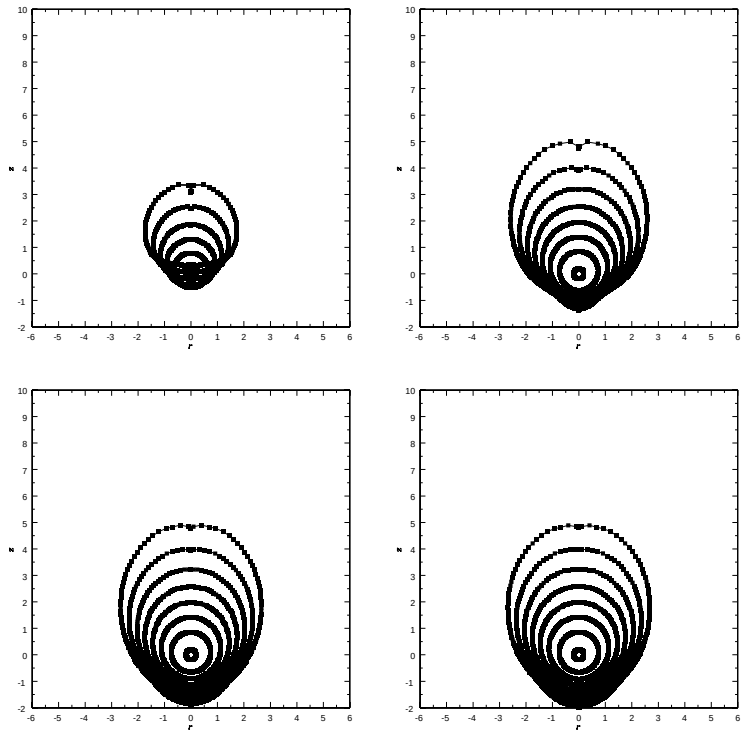

図 2.19: thin shell 近似による、シェルの膨張の様子。$z_0 = -0.7$ のところにディスク中央面があり、$\rho \propto \exp(-|z - z_0|)$ の密度分布が仮定されている。左上から $D = 1$、$D = 10$、$D = 10^2$、$D = 10^3$ の場合に当たる。$t = 0.1t_D$、$0.5t_D$、$0.9t_D$、$1.3t_D$、$1.7t_D$、$2.1t_D$、$2.5t_D$ の時点のシェルの構造を表している。L を 1000 倍にすると、$\eta = 1$ のとき t_D は $(1000)^{-1/(\eta+2)} = 1/10$ に短くなる。したがって、実際の時間で比べると $D = 1$ の $\tau = 1$ と $D = 1000$ の $\tau = 10$ が同じ時間を与えることに注意すること。

つけて表す。シェルの運動量は $M\dot{R} = (4\pi/3)\rho R^3\dot{R}$ であるから、運動方程式は、

$$\frac{4\pi}{3}R^3\dot{R} = \frac{4\pi}{3}R_i^3\dot{R}_i, \tag{2.139}$$

これから、

$$R = \left(4R_i^3\dot{R}_i(t - t_i) + R_i^4\right)^{1/4} \tag{2.140}$$

圧力駆動雪かき膨張

爆発 ($\eta = 0$) の場合、$t > 0$ では $L_0 = 0$ だから、

$$\frac{d}{dt}\left(\rho_0 V\dot{R}\right) = 4\pi R^2\left(p_1\left(\frac{R}{R_1}\right)^{-5} - p_0\right), \tag{2.141}$$

ここで、p_1 は $R = R_1$ での内圧をあらわす。これから、$R_s = R_1\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1/5}$ の半径を越えると、外圧の効果でシェルが減速されることがわかる。これから内部の圧力が外部に比べて十分高い場合、

$p \gg p_0$、

$$R = \left\{ \frac{(3\gamma+2)^2}{2(2-\gamma)} \frac{p_1}{\rho_0} \right\}^{1/(3\gamma+2)} R_1^{3\gamma/(3\gamma+2)} t^{2/(3\gamma+2)}, \tag{2.142}$$

という膨張則に載ることがわかる。$\gamma = 5/3$ の時は、$R \propto t^{2/7}$ となる。

つぎにウインド ($\eta = 1$) の場合、式 (2.136) と式 (2.137) から圧力 p を消去し、$p \gg p_0$ である場合を考えると、$\gamma = 5/3$ に対して

$$R^4 \frac{d^3R}{dt^3} + 12R^3 \dot{R}\ddot{R} + 15R^2 \dot{R}^3 = \frac{3L_0}{2\pi\rho_0}, \tag{2.143}$$

となる。この式の、$R = At^\alpha$ という形の解を探すと $\alpha = 3/5$ で、

$$R = \left(\frac{125}{154\pi}\right)^{1/5} \left(\frac{L_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{3/5} = 27\mathrm{pc} \left(\frac{L_0}{10^{36}\mathrm{erg}}\right)^{1/5} \left(\frac{\rho_0}{2\times 10^{-24}\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-1/5} \left(\frac{t}{10^6\mathrm{yr}}\right)^{3/5}, \tag{2.144}$$

という結果が得られる。

外圧がどの程度効くかを表すパラメータを導入する。外圧を採り入れたエネルギー放出率の次元を持つ量は、

$$\mathcal{L} = \frac{p_0 H^3}{t_D}, \tag{2.145}$$

ここへ、式 (2.69) を使うと、

$$\mathcal{L} = p_0 H^{(1+3\eta)/(2+\eta)} \rho_0^{-1/(2+\eta)} L^{1/(2+\eta)}, \tag{2.146}$$

ここで外圧がどの程度効くかを表すパラメータとして D をつぎのように導入する。

$$\begin{aligned} D &= \left(\frac{L}{\mathcal{L}}\right)^{(2+\eta)/(1+\eta)}, \\ &= L p_0^{-(2+\eta)/(1+\eta)} H^{-(1+3\eta)/(1+\eta)} \rho_0^{1/(1+\eta)}, \end{aligned} \tag{2.147}$$

$D \gg 1$ の場合は、構造が H より広がってから外圧が効き出すのに対して、$D \ll 1$ の場合は、構造が H に達する前に外圧が効き出す。

2.4.6 軸対称の場合 :平行平板中の冷却したシャルの伝搬

前節で考えたよう運動量が圧力差によって増減する式 (2.136) をシェルの各部分に当てはめた式と内部圧力に関するエネルギー保存の式 (2.137) を組み合わせれば、球対称以外の密度分布に対しても冷却したシャルの伝搬を解くことができる。これを平行平板中の冷却したシャルの伝搬 (ただし、内部では輻射冷却が働かないとして) に適用してみよう。

円柱座標 (z, r, ϕ) を考えて、軸対称 $\partial/\partial\phi = 0$ を仮定する。シェルのある要素の座標が (z_j, r_j) であったとする。その要素の速度は $(\dot{z}_j, \dot{r}_j)$ である。$\Delta\phi = 1$ ラジアンあたりのシェルの表面積を A_j (これは簡単な差分で書くと、$r_j\sqrt{(r_{j+1}-r_j)^2 + (z_{j+1}-z_j)^2}$ になる)、その上に乗っている質量を m_j とすると、r-方向の運動方程式は

$$\frac{dm_j\dot{r}_j}{dt} = (p - p_0(z_j))\, A_j \cos\theta_j, \tag{2.148}$$

p は内部の一様の圧力、θ_j はシェルの法線ベクトルと r-軸のなす角を表す。z-方向の運動方程式は

$$\frac{dm_j\dot{z}_j}{dt} = (p - p_0(z_j))\, A_j \sin\theta_j - m_j g(z_j), \tag{2.149}$$

$g(z_j)$ は z 方向の重力加速度の大きさを表す。また、m_j に関する連続の式は

$$\frac{dm_j}{dt} = A_j\sqrt{\dot{r}_j^2 + \dot{z}_j^2}\rho(z_j), \tag{2.150}$$

さらに、内部圧力に関するエネルギー保存の式は

$$\frac{1}{\gamma - 1}\frac{dpV}{dt} = L - p\frac{dV}{dt}, \tag{2.151}$$

V は構造の内部に含まれる体積で、

$$V = \sum_j \frac{r_j^2}{2}\Delta z_j, \tag{2.152}$$

で計算することができる。また L は 1 ラジアンあたりに放出されるエネルギーを表す。

これらの式 (2.148)、(2.149)、(2.150)、(2.151) を規格化すると、

$$\ddot{\varpi}_j = \frac{D^{-2/3}\left[\pi - f(\zeta_i)\right]\alpha_j\cos\theta_j - \dot{\mu}_j\dot{\varpi}}{\mu_j}, \tag{2.153}$$

$$\ddot{\zeta}_j = \frac{D^{-2/3}\left[\pi - f(\zeta_i)\right]\alpha_j\sin\theta_j - \dot{\mu}_j\dot{\zeta}}{\mu_j}, \tag{2.154}$$

$$\dot{\mu}_j = \alpha_j\left(\dot{\varpi}^2 + \dot{\zeta}^2\right)f(\zeta_j), \tag{2.155}$$

ここで、変数はそれぞれ以下のように規格化されており、

$$\varpi = \frac{r}{H}, \tag{2.156}$$

$$\zeta = \frac{z}{H}, \tag{2.157}$$

$$\dot{\varpi} = \frac{\dot{r}}{H/t_D}, \tag{2.158}$$

$$\dot{\zeta} = \frac{\dot{z}}{H/t_D}, \tag{2.159}$$

$$\mu = \frac{m}{\rho_0 H^3}, \tag{2.160}$$

$$\pi = \frac{p}{L/H^3}, \tag{2.161}$$

$$f(\zeta) = = \rho_0(z)/\rho_0(z=0), \tag{2.162}$$

簡単のために、重力は無視した。

初期の密度分布が $\rho \propto \exp(-|z|/H)$ であり、$z_0 = 0.7H$ の点で連続的なエネルギー放出があった時の、シェルの膨張の様子を thin-shell 近似で調べた例を図 2.19 に掲げる。

これによると、$D \lesssim 10$ である場合は、外圧の効果によってシェルの膨張が妨げられ、顕著なスーパーバブルとはならないように見える。

図 2.20 上は、Thin Shell 近似を用いて調べたスーパーバブルのシェルの伝搬 (MacLow & McCray 1988: ApJ 324, 776) で、$D = 1000$、$\eta = 1$ の場合を示している。図 2.20 下は、上方に伝わるシェルの高さの時間変化を示している。A、B、C、D の順に $D = 1$、$D = 10$、$D = 100$、$D = 1000$ に対応している。OB アソシエーションの位置が低い時 $z_{\rm OB} = 0$ (左) 衝撃波が加速されるには $D \gtrsim 100$ が必要であると見積もられる。また、OB アソシエーションの位置が高い時 $z_{\rm OB} = 0.7H$ の場合が右側に示されている。

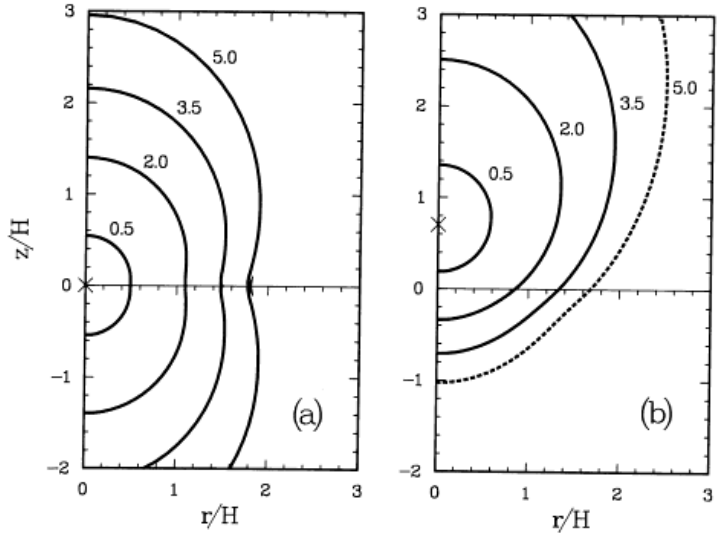

FIG. 5.—(*a–b*) Shape of a superbubble with $D = 1000$ in an exponential atmosphere with $H = 100$ pc, $L_{38} = 1.1$, $P_e = 10^4 k$ dynes cm^{-2}, and $n_0 = 1$ cm^{-3}, implying $t_D = 1.21$ Myr. The off-center model is at $0.7H$ (70 pc), as marked by the cross. Note that the cusp at the plane is caused by the double-sided exponential atmosphere.

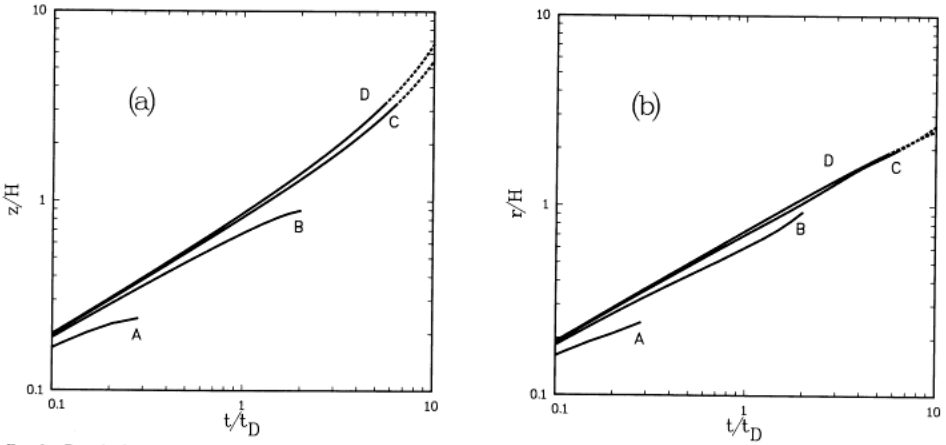

FIG. 6.—Growth of superbubbles in an exponential atmosphere with the same parameters as Fig. 5. The dimensionless luminosities vary as follows: (curve A) $D = 1$ ($L_{38} = 1.1 \times 10^{-3}$, $t_D = 12$ Myr), (Curve B) $D = 10$ ($L_{38} = 0.011$, $t_D = 5.6$ Myr), (curve C) $D = 100$ ($L_{38} = 0.11$, $t_D = 2.6$ Myr), (curve D) $D = 1000$ ($L_{38} = 1.1$, $t_D = 1.2$ Myr). Size vs. time is shown for (*a*) height above the plane of the galaxy and (*b*) radius in the plane. The curves are dashed when the superbubbles begin to accelerate and become unstable.

図 2.20: Thin Shell 近似を用いて調べたスーパーバブルのシェルの伝搬 (MacLow & McCray 1988: ApJ 324, 776)。指数関数の密度分布 $\rho = \rho_0 \exp(-|z|/H)$ で、OB アソシーエーションの高さが左側は $z = 0$、右側が $0.7H$。

第3章　数値計算によるスーパーバブルの進化

OB アソシエーション を起源とするスーパーバブルの進化は数値シミュレーション を用いて計算されている。

3.1　1 次元球対称進化

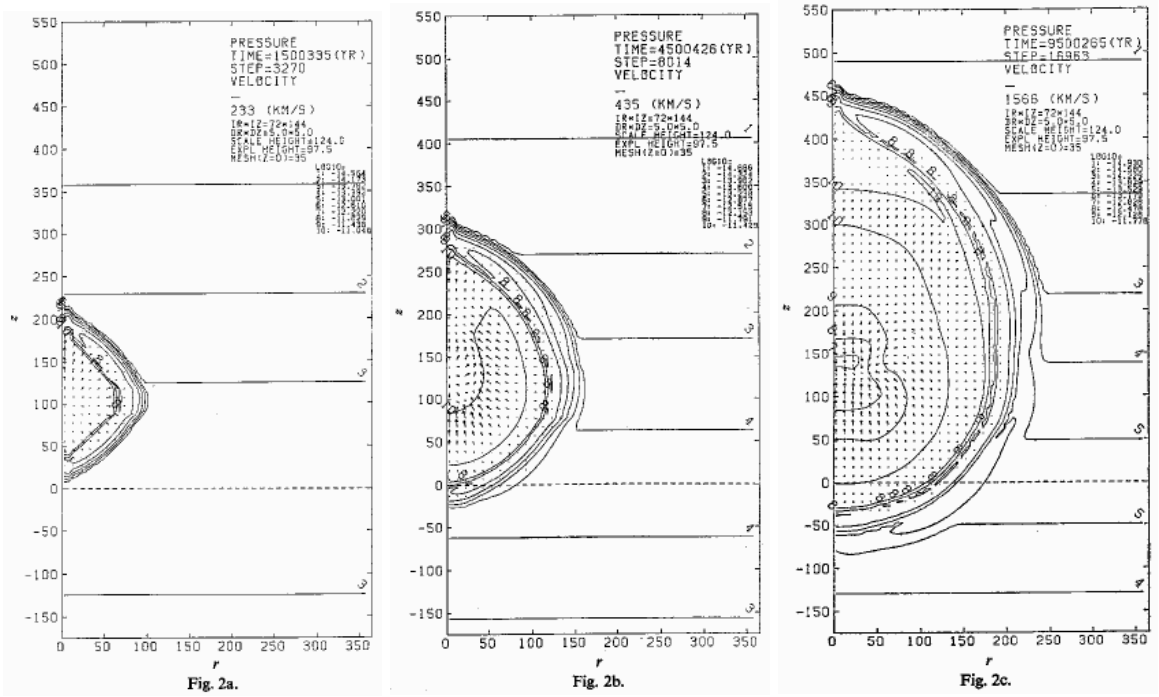

図 3.1: 連鎖的な超新星爆発によって形成されるスーパーバブルの進化。$n_0 = 1\mathrm{cm}^{-3}$、$z_{\mathrm{OB}} = 100\mathrm{pc}$ の場合でそれぞれ、$t = 1.5\mathrm{Myr}$, $t = 4.5\mathrm{Myr}$、$t = 9.5\mathrm{Myr}$ の構造を表す。

複数の超新星残骸が連続して起こる効果について、Tomisaka (1981: ApSS 78, 273) は、OB アソシエーションで、(1) まずもっとも質量の重い恒星から恒星風が 3×10^6 年間吹いて、星間空間に恒星風バブルを作ったあと、(2) その星が超新星爆発を起こし、(3) その後一定の時間間隔で超新星爆発を起こす。という仮定の下、スーパーバブルの進化を 1 次元球対称の流体シミュレーション を使って調べた。

1 つの OB アソシエーション で超新星爆発がおこる頻度 $r = \Delta\tau^{-1}$ は、銀河全体の II 型超新星の出現率を $r_{\mathrm{SN}} \simeq 0.01$ 年$^{-1}$、銀河全体の OB アソシエーションの個数を $N_{\mathrm{OB}} \simeq 5000$ 個とすると、

$$r = \frac{r_{\mathrm{SN}}}{N_{\mathrm{OB}}} \simeq \frac{1}{5 \times 10^5 \mathrm{yr}}, \tag{3.1}$$

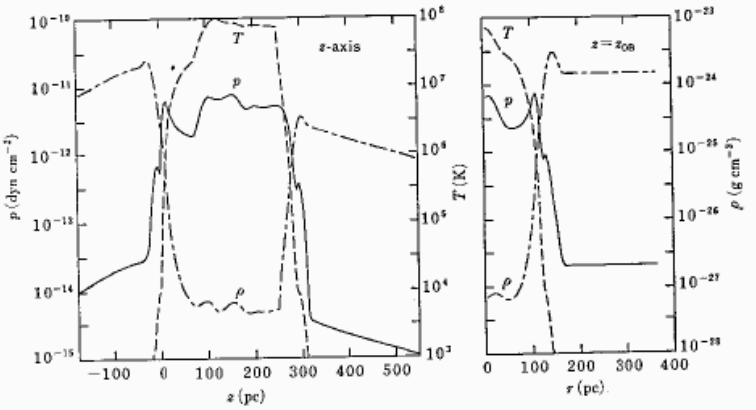

Fig. 3. The sectional view along the z-axis (r=0) and along the line at z=z_{OB} at the stage of figure 2b for Case A.

図 3.2: 図 3.1 の中のときのスーパーバブルの構造。左側は z 軸に沿った圧力 (実線)、温度 (破線)、密度 (一点鎖線) の分布。右は $z = z_{\rm OB}$ で切った同じく分布。

となり、$\Delta\tau = 2 \times 10^5 {\rm yr}$ に対しては、膨張則として

$$R_s \simeq 64.3 n_0^{-0.26} t_6^{0.43} {\rm pc} \tag{3.2}$$

が得られる。ここで t_6 は $1{\rm Myr}$ を単位とした時間である。この膨張速度が $8{\rm km\,s^{-1}}$ (星間雲の 1 次元無秩序速度) 以上でスーパーバブルとしての一体性を保っていられる時間の最大とそのときの半径を求めると、

$$t_{\rm max} \simeq 8.33 n_0^{-0.46} {\rm Myr} \tag{3.3}$$

$$R_{\rm max} \simeq 164 n_0^{-0.46} {\rm pc} \tag{3.4}$$

となる。

3.2　2 次元軸対称平行平板ディスク内の進化

上で求めた $R_{\rm max}$ は銀河ディスクのスケールハイトを凌駕するので、星間ガスの密度が上方に向かって減少する効果を採り入れる必要がある。ハロー領域での超新星残骸の進化については Chevalier & Gardner (1974: ApJ 192, 457) の先駆的な研究があるが、いかんせん当時の計算機能力では格子点の数は 20×39 にすぎず十分な分解能を持った数値シミュレーションは不可能であった。

銀河ディスク内のスーパーバブルの進化についての流体力学シミュレーションは Tomisaka & Ikeuchi (1986: PASJ 38, 697) で詳しく計算されている。図のような $h \sim 200{\rm pc}$ 程度の Gauss 関数型の密度分布を考え、$z = 0$ での密度 n_0 と OB アソシエーションの高度 $z_{\rm OB}$ をパラメータとしてその進化を計算した。超新星爆発は $\Delta t = 2 \times 10^5$ 年間隔で同一の場所で起こるとした。

代表的な進化と構造を 39 頁の図 3.1 と 40 頁の図 3.2 に示した。z 方向についている密度成層の効果によって z 方向に広がった構造を作ることがわかる。シェルは温度 $T \lesssim 10^4{\rm K}$、密度 $n \sim 3{\rm cm^{-3}}$ であるが、図 3.2 は 2 つの超新星爆発の中間つまり最後の超新星爆発後 10^5 年後の構造を示しているが、中央の低密度の穴の部分キャビティ(cavity) は温度 $T \gtrsim 10^7{\rm K}$、密度 $n \sim 10^{-3}{\rm cm^{-3}}$ 程度の極高

モデル	加速時間 t_a	加速距離 z_a	$n_0(z=0)\mathrm{cm}^{-3})$
TI (composite)	$\simeq 2t_D$	$\simeq 2H$	0.1
MMN (指数関数)	$3.3t_D$	$2.9H$ (at $t=0, 0.7H$)	1
MMN (ガウス)	$2.5t_D$	$1.7H$	1
球対称 Kompaneets 法 (指数関数)	$(2-3.48)t_D^*$	$(1.74-2.29)H^*$	

表 3.1: Tomisaka & Ikeuchi (1986) および MacLow, McCray & Norman (1989) の減速から加速に移る時間とその時の高さ。* 小さい方の数字は衝撃波が減速から加速に移る時刻とその時の高さを示している。

温、低密度になっている。この程度の低密度である場合、個々の爆発の衝撃波は式 (eqn:expansion-law-self-similar-explosion) を使うと、

$$R_s \sim 130\mathrm{pc}\left(\frac{E_0}{10^{51}\mathrm{erg}}\right)^{1/5}\left(\frac{n_0}{10^{-3}\mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-1/5}\left(\frac{t}{10^5\mathrm{yr}}\right)^{2/5}, \tag{3.5}$$

まで進んでいるから、10^5 経てばシェルに到達していることになる。ただしこのキャビティの温度 ･密度はシェルからどれだけ質量が供給されるかによっていて、熱伝導を考慮すると 1 桁半ずつ温度が下降し、密度が上昇するという結果が得られている。

$z_{\mathrm{OB}}=0$ の場合の最初の超新星爆発発生から $t=10.5\mathrm{Myr}$ 後の構造を、42 頁の図 3.3 に掲げた。$n_0=1\mathrm{cm}^{-3}$ (左図) では、シェルの内側を中心として内部で輻射冷却が働きその結果、ディスク内に閉じ込められた構造を示しているが $n_0=0.1\mathrm{cm}^{-3}$ (右図) では、ディスクをうち抜いてハローへ達する高温のガスの流れが形成されていることがわかる。

この衝撃波の位置の時間変化は 43 頁の図 3.4 のようになった。この密度の少ない方向への衝撃波の進み方は

$$z_{\mathrm{up}} = z_{\mathrm{OB}} + R_s\left(n_0 = n(z_{\mathrm{up}})\right) = z_{\mathrm{OB}} + 64.3\left(n_0(z_{\mathrm{up}})\right)^{-0.26}\left(\frac{t}{10^6\mathrm{Myr}}\right)^{0.43}\mathrm{pc} \tag{3.6}$$

で、近似的に表せることがわかった。ここで、$R_s\left(n_0=n(z_{\mathrm{up}})\right)$ は、一様密度の場合膨張則の n_0 を衝撃波が通過している部分の密度で置き換えたものになっている。これは、自己相似解を用いて膨張則を導出した時に、

$$R_s = \xi_1\left(\frac{L}{\rho_0}\right)t^{3/5}, \tag{3.7}$$

という一様密度に対する関係で、密度のところにその場所の密度 $\rho = BR_s^{-m}$ を入れれば

$$R_s = \xi_1\left(\frac{L}{BR_s^{-m}}\right)^{1/5}t^{3/5}, \tag{3.8}$$

から

$$R_s = \xi_1^{5/(5-m)}\left(\frac{L}{B}\right)^{1/(5-m)}t^{3/(5-m)}, \tag{3.9}$$

すなわち、冪乗に比例する密度分布に対する膨張則 [式 (2.30)] が得られるのと同じ考え方である。

もう 1 例 MacLow, McCray & Norman (1989: ApJ 337, 141) の計算結果を与える。44 頁の図 3.5 は、超新星爆発頻度が $\Delta t = 3\times10^5$ 年に 1 回。密度分布が、$\rho_0 = 2.11\times10^{-24}g\,cm^{-3}$、$H=100\mathrm{pc}$ の指数関数型密度分布 $\rho=\rho_0\exp(-|z|/H)$ の場合である。式 (2.69) から、この場合の

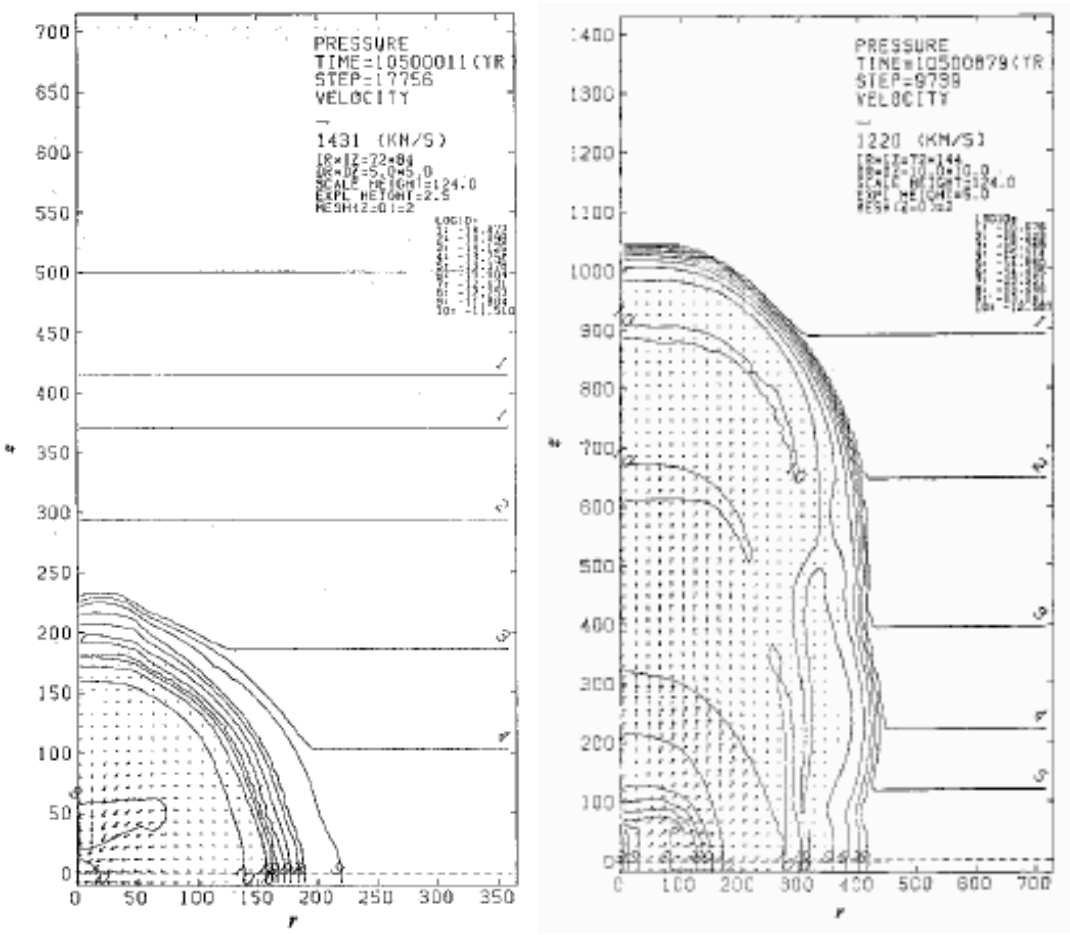

図 3.3: ディスク中央 $z_{\rm OB}=0$ に発生したスーパーバブルの進化

t_D は $t_D=1.2{\rm Myr}$ であり、44 頁の図 3.5 の a、b、c、d はそれぞれ、$3.2t_D$、$4.2t_D$、$4.9t_D$、$5.7t_D$ にあたっている。

45 頁の図 3.6 は、エネルギー放出率 $L=1.67\times10^{38}{\rm erg\,s^{-1}}$、ガスは Gauss 関数型密度分布 $\rho=\rho_0\exp(-z^2/H^2)$ を持っており、$\rho_0=2.11\times10^{-24}g\,cm^{-3}$、$H=100{\rm pc}$。OB アソシエーションはディスク中心 $z_{\rm OB}=0{\rm pc}$ に置かれている。図 3.6 の a、b、c、d はそれぞれ $t=2.5t_D$、$t=3.7t_D$、$t=4.8t_D$、$t=8.4t_D$ にあたっている。

図 3.5 と図 3.6 には薄いシェルの近似で計算したシェルの位置を太い線で示している。シェルが上方へ大きく加速されるようになるまでは thin shell 近似がよく成り立っていることを示している。

これらから TI の $n_0=0.1{\rm cm^{-3}}$ のモデル、および MMN の 2 つのモデルについては、およそ $2-3t_D$ で衝撃波やシェルが加速されることがわかった。シェルに乗った系では、加速が起こると下向きに有効的な慣成力が働くので、シェルの後面では、軽いキャビティの上に重たいシェルが乗った構造となりレイリー ・テイラー不安定性が発生する。その結果、シェルは壊れて、高温のキャビティーが衝撃波を介してハローの物質と接する構造となる。42 頁の図 3.3 右側の $n_0=0.1{\rm cm^{-3}}$ のケースは、このなった後の構造を示している。このような構造変化を引き起こすシェルが減速から加速に移る時刻とその時の高さを 41 頁の表 3.2 にまとめておく。

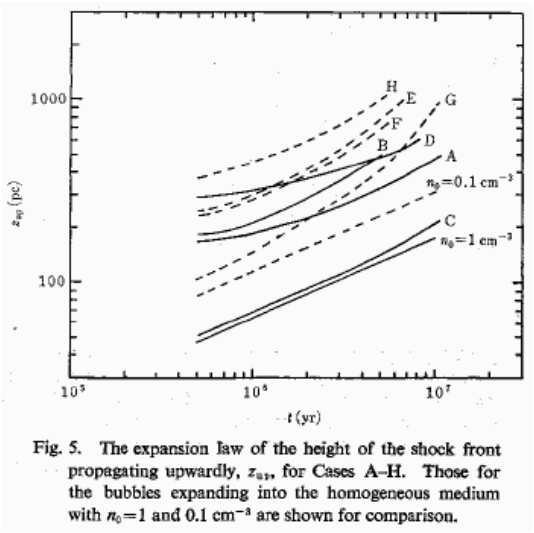

Fig. 5. The expansion law of the height of the shock front propagating upwardly, z_{sh}, for Cases A–H. Those for the bubbles expanding into the homogeneous medium with n_0=1 and 0.1 cm^{-3} are shown for comparison.

図 3.4: 上方に伝わる衝撃波の位置の時間変化。

3.3 星間磁場の効果

パルサーの近傍の dispersion measure の観測から磁場の星間空間には、2μG 程度の一様の成分が、非一様の成分まで含めて 5μG 程度が存在すると考えられている (Rand & Kulkarni 1989: ApJ 343, 760)。エネルギー密度で考えると、この磁場は $p_{\rm mag} = B_0^2/8\pi \sim 10^{-12}{\rm erg\,cm^{-3}}(B_0/5\mu{\rm G})^2$ にあたり、熱エネルギー $p_{\rm th} = (3/2)nkT \sim 10^{-12}(n_0/0.3{\rm cm^{-3}})(T/8000{\rm K}){\rm erg\,cm^{-3}}$ や、宇宙線のエネルギーと同程度であると見積もられている。また、膨張しているスーパーバブルのシェルのラム圧力 $\rho V_s^2 \sim (\rho/2\times10^{-24}{\rm g\,cm^{-3}})(V_s/10{\rm km\,s^{-1}})^2$ とも同程度であるのでスーパーバブルの進化に大きな影響を与える可能性がある。

磁場を持った星間気体の中で生じる超新星残骸や恒星風バブルの構造は、XX 節に見たように磁場が進化に効かない範囲 ($\rho v^2 \gg p_{\rm mag}$) であれば相似解を拡張して得ることができるが、スーパーバブルの場合は磁場が進化に影響を与えるので、磁気流体力学的な数値シミュレーションによらなければならない (基礎方程式は補章 C 参照)。

46 頁の図 3.7(Tomisaka 1992: PASJ 44,177) は、磁束密度 $B_0 = 3\mu$G、密度 $n_0 = 0.3cm^{-3}$、温度 $T = 8000$K の星間気体の中に放出率 $L = 3\times10^{38}{\rm erg\,s^{-1}}$ で熱エネルギーを、放出率 $\dot{m}3\times10^{21}{\rm g\,s^{-1}}$ で質量を注入した場合に形成されるスーパーバブルの構造を圧力分布で示している。

ここでは、個別の超新星爆発は取り扱わずならした放出率でエネルギーを中心に注入している。この場合は、恒星風バブルと同様な構造を形作る。内側から、放出されたガスが断熱膨張しながら自由に膨張して行く領域 (図で長い速度ベクトルが引かれている領域がそれにあたる)、その外側に、内側を向いた衝撃波面があり、放出されたガスのもっていた運動エネルギーはここで熱化される。その外側に接触不連続面 (図で密度の等高線が密に集まっている部分がそれにあたる) を介して、星間物質がかき集められてできたシェルが分布する。

磁場の効果で、シェルについては (1) 磁場と垂直方向 (r-軸方向) へは厚いシェルが形成される。(2) 磁場と並行の方向 (z-軸方向) のシェルは薄い。となる。また、キャビティーについては (1) 磁場に垂直方向には磁場の張力の効果で膨張が押えられ、(2) その結果、磁場と並行な方向に伸びたキャビティーを形成する。

これは 47 頁の図 3.8 を見ると明らかである。磁束密度 $B_0 = 3\mu$G のモデル A の方が、球に近い

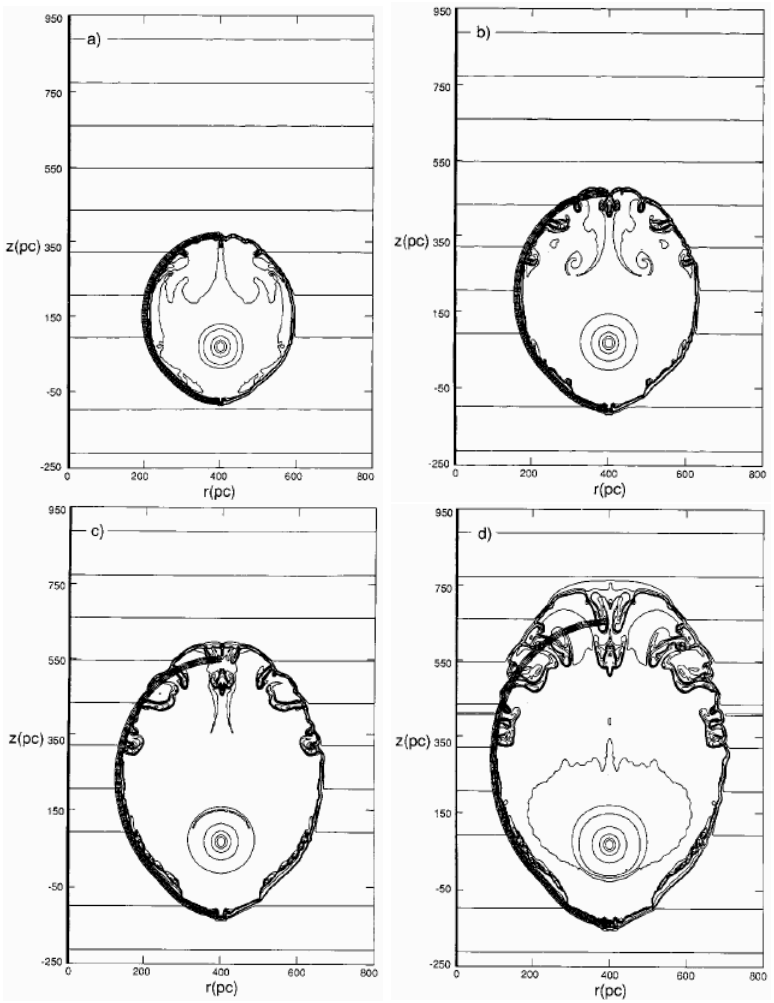

図 3.5: エネルギー放出率 $L = 1.1 \times 10^{38}\mathrm{erg\,s^{-1}}$、指数関数型密度分布 $\rho = \rho_0 \exp(-|z|/H)$、$\rho_0 = 2.11 \times 10^{-24} g\,cm^{-3}$、$H = 100\mathrm{pc}$。$z_{\mathrm{OB}} = 70\mathrm{pc}$。$t = 3.8\mathrm{Myr}$、$t = 5.0\mathrm{Myr}$、$t = 5.9\mathrm{Myr}$、$t = 6.9\mathrm{Myr}$。

形状をし、磁束密度 $B_0 = 5\mu\mathrm{G}$ のモデル B の方が磁場に平行な方向にとがった構造になっていることがわかる。

もっとも外側の構造である衝撃波面のところでは、磁場は外側 (衝撃波前面) から内側 (後面) に衝撃波面を横切る時、衝撃波面に近付くように曲げられている。このような MHD 衝撃波を早い衝撃波 (fast shock) と呼ぶ。逆に衝撃波面を前面から後面に横切る時に衝撃波面から遠ざかるように曲げられる場合を遅い衝撃波 (slow shock) と呼ぶ。

衝撃波は z-軸近傍でしだいにへこんだ構造を作るようになる。そうすると、この部分では、磁場が衝撃波面で kink を持っている構造 (右側からはいってきた磁場が右側に出て行く配位) を取っており、この場合は中間衝撃波 (intermediate shock) となっていることがわかる。ちなみに、流体力学では音波に対応して 1 種類の衝撃波しか存在しないが、磁気流体では、これら、fast、slow、intermediate shock は線形の波としてそれぞれ速い波 (fast wave)、遅い波 (slow wave)、アルフベン波 (Alfven wave) に対応した衝撃波である。

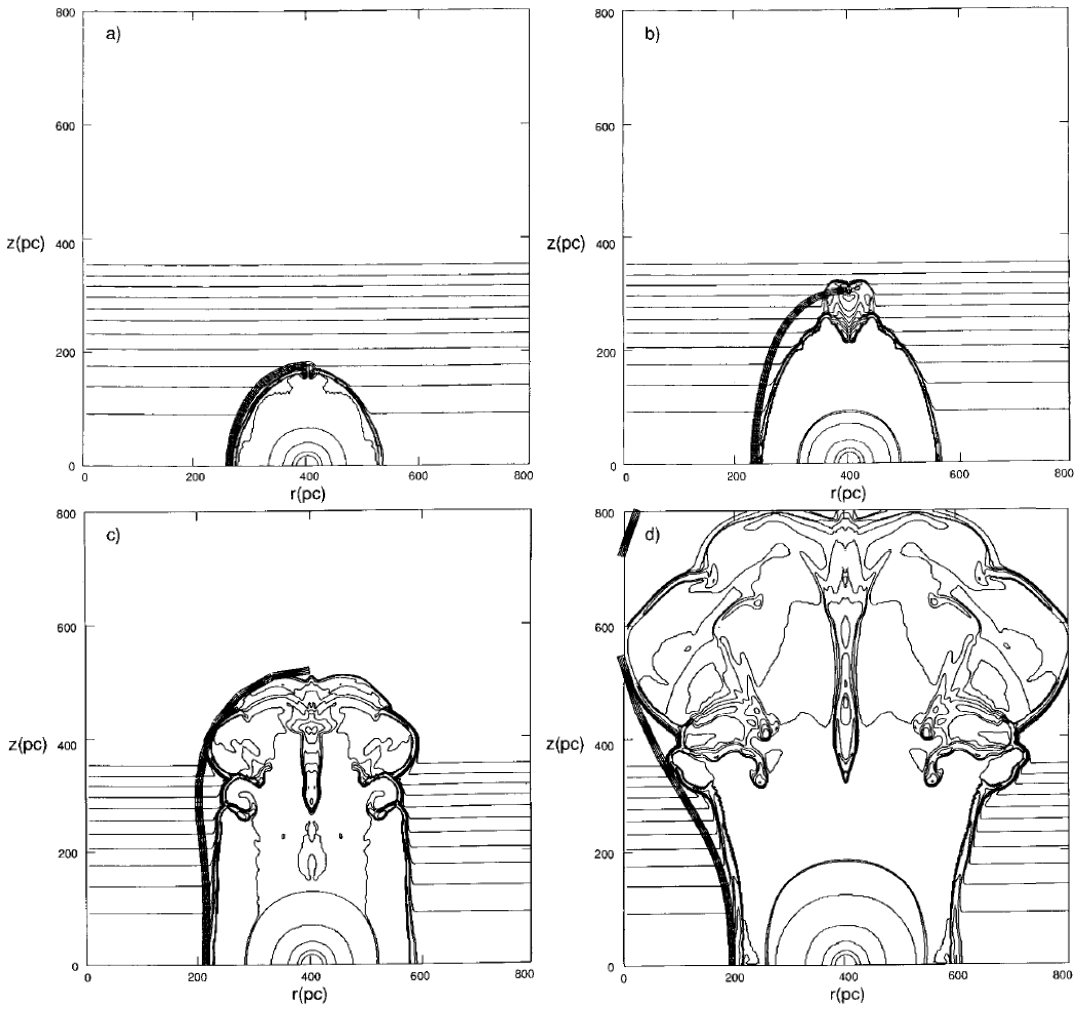

図 3.6: エネルギー放出率 $L = 1.67 \times 10^{38}\mathrm{erg\,s^{-1}}$、Gauss 関数型密度分布 $\rho = \rho_0 \exp(-z^2/H^2)$、$\rho_0 = 2.11 \times 10^{-24} g\,cm^{-3}$、$H = 100\mathrm{pc}$。$z_{\mathrm{OB}} = 0\mathrm{pc}$。$t = 2.6\mathrm{Myr}$、$t = 3.8\mathrm{Myr}$、$t = 5.0\mathrm{Myr}$、$t = 8.7\mathrm{Myr}$。

3.4 星間磁場と密度分布の効果

星間磁場が大局的にディスクに並行であったとすると、前節で見た計算例の z-軸はディスクに沿った方向で、r-軸の方向がディスクに垂直と見ることができる。

ディスクに垂直方向のサイズは銀河ディスクのスケールハイトと同程度であるから 3.2 節でみたガス密度分布の効果と 3.3 でみた磁場の効果は共同的にあるいは排他的に働くと考えられる。

先に外圧の効果と密度勾配の効果とがどのように働くかを見るために、D という量を導入した (式 2.147)。これは体積 H^3 と外圧 p_0 の積を半径 H に到達する時間スケール t_D で割った $\mathcal{L}$ とエネルギー放出率 L の比 $D = (L/\mathcal{L})^{3/2}$ である。これが小さければスケールハイトに達するより十分前に外圧によってシェルが押し戻されるであろうし、これが十分大きければケールハイトに達したときには外圧は無視できる。場合を分ける D の値は以下のような議論から決めることができる (Tomisaka 1998: MNRAS 298, 797)。

Weaver et al(1977: ApJ 218, 377) の恒星風バブルの解を適用すると、定常的なエネルギー放

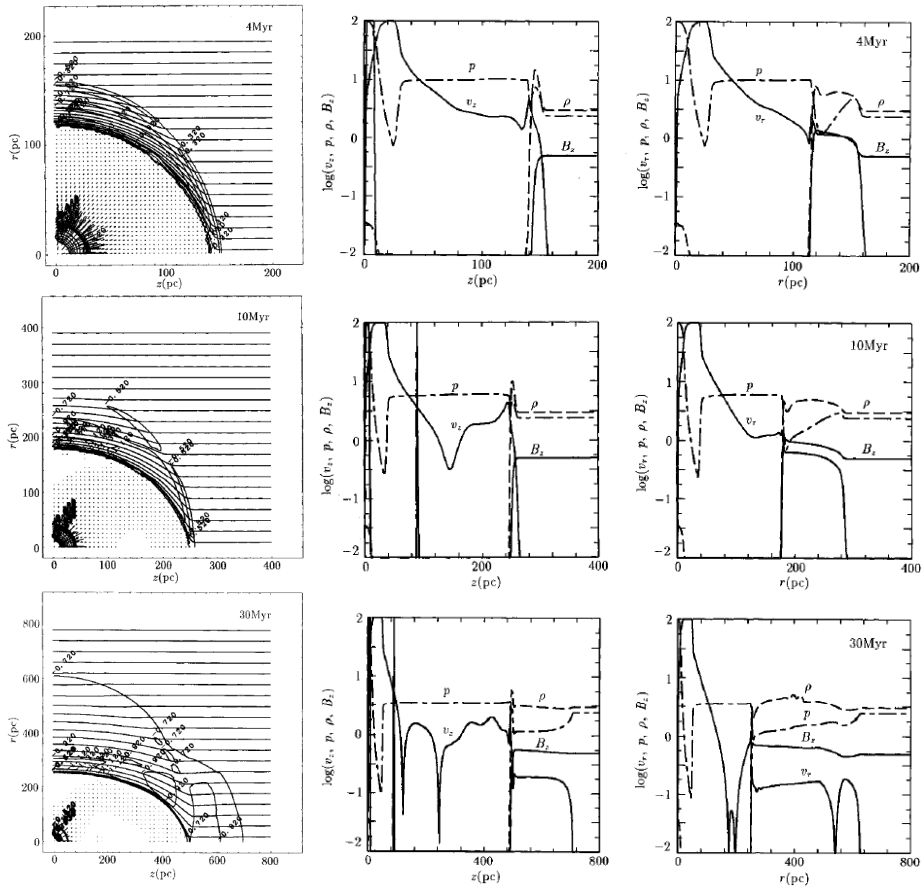

図 3.7: 磁束密度 $B_0 = 3\mu\mathrm{G}$ (プラズマベータ $\beta = 1.93$)、エネルギー放出率 $L = 3 \times 10^{38}\mathrm{erg\,s^{-1}}$、星間ガスの密度 $n_0 = 0.3cm^{-3}$、温度 $T = 8000\mathrm{K}$。スナップショットは $t = 4\mathrm{Myr}$ (上)、$t = 10\mathrm{Myr}$ (中)、$t = 30\mathrm{Myr}$ (下)。

出 L_{SN} に対して、衝撃波の膨張則は

$$R_s = 217\mathrm{pc}\left(\frac{L_{\mathrm{SN}}}{3\times10^{37}\mathrm{erg\,s^{-1}}}\right)^{1/5}\left(\frac{\rho_0}{6\times10^{-25}\mathrm{g\,cm^{-3}}}\right)^{-1/5}\left(\frac{t}{10\mathrm{Myr}}\right)^{3/5}, \tag{3.10}$$

で与えられる。膨張速度は

$$V_s = 15.9\mathrm{km\,s^{-1}}\left(\frac{L_{\mathrm{SN}}}{3\times10^{37}\mathrm{erg\,s^{-1}}}\right)^{1/5}\left(\frac{\rho_0}{6\times10^{-25}\mathrm{g\,cm^{-3}}}\right)^{-1/5}\left(\frac{t}{10\mathrm{Myr}}\right)^{-2/5}, \tag{3.11}$$

ゆえ、衝撃波の後ろ側で働く圧力は

$$p_1 \simeq \rho_0 V_s^2 = 1.52\times10^{-12}\mathrm{erg\,cm^{-3}}\left(\frac{L_{\mathrm{SN}}}{3\times10^{37}\mathrm{erg\,s^{-1}}}\right)^{2/5}\left(\frac{\rho_0}{6\times10^{-25}\mathrm{g\,cm^{-3}}}\right)^{3/5}\left(\frac{t}{10\mathrm{Myr}}\right)^{-4/5}, \tag{3.12}$$

であり、これが外部の圧力と同程度になったときには圧力による閉じ込めが起こると考えられる。この時刻は

$$t_P \simeq 79\mathrm{Myr}L_{38}^{1/2}n_0^{3/4}p_{-12}^{-}5/4, \tag{3.13}$$

と評価できる。その時までに、シェルが加速フェーズに入っていなければそのまま閉じ込められるとすると、$R_s(t_P) > \alpha H$ (ここで α はスケールハイトを単位とした加速が起こる半径 R_a) を

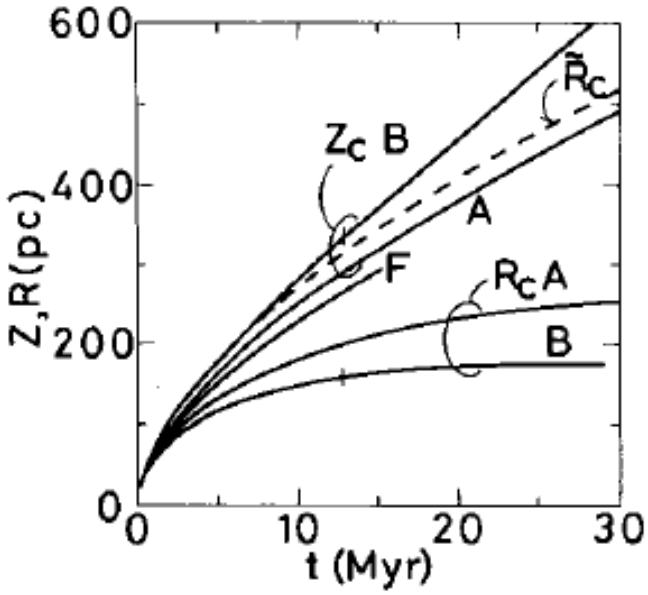

Fig. 3. The expansion law of contact surface Z_c and R_c for models A ($B_0 = 3\ \mu$G) and B($B_0 = 5\ \mu$G). The parameters of models A and B are the same except for the strength of the magnetic fields. That for non-magnetic bubble, $\tilde{R}_c$, is also plotted in a dashed line.

図 3.8: 磁束密度 $B_0 = 3\mu$G のモデル A と磁束密度 $B_0 = 5\mu$G のモデル B のキャビティーの半径の違い。

なるためにはエネルギー放出率に下限 $L_{\rm crit}$ があることになる。

$$L_{\rm crit} \simeq 0.59 \times 10^{37} {\rm erg\,s^{-1}} \left(\frac{\alpha^2}{5}\right) \left(\frac{H}{100{\rm pc}}\right)^2 n_0^{-1/2} p_{-12}^{3/2}, \tag{3.14}$$

これを D の定義に代入すると、閉じ込めが起こらないための条件として $D \gtrsim 100$ となっている。

ここで星間ガスの圧力に熱圧力 $p_{\rm th} \simeq 7 \times 10^{-13} {\rm dyn\,cm^{-2}} (nT/2400)$ とともに磁気圧 $p_{\rm mag} \simeq 10^{-12} {\rm dyn\,cm^{-2}} (B/5\mu{\rm G})^2$ も考慮し, 現実的な密度分布 (Dickey & Lockman 1990)

$$\begin{aligned} n(z) = \ & \frac{n_0}{0.566} \left[0.395 \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{90{\rm pc}} \right)^2 \right] \right. \\ & + 0.107 \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{225{\rm pc}} \right)^2 \right] \\ & \left. + 0.064 \exp\left[-\frac{|z|}{403{\rm pc}} \right] \right], \end{aligned} \tag{3.15}$$

を考えると、有効的なスケールハイトは $H \simeq 180{\rm pc}$ となる。これらをすべて考慮すると、

$$\begin{aligned} L_{\rm crit} \ & \simeq \ 3 \times 10^{37} {\rm erg\ s^{-1}} (H/180{\rm pc})^2 (n_0/0.3{\rm cm^{-3}})^{-1/2} \\ & \times \ (p_0/1.7 \times 10^{-12} {\rm dyn\ cm^{-2}})^{3/2}, \end{aligned} \tag{3.16}$$

となる。この $3 \times 10^{37} {\rm erg\ s^{-1}}$ というエネルギー放出率は超新星出現率で $\Delta t \simeq 10^6$ 年で 1 回という値であり、II 型超新星の出現率と矛盾しない。つまり、OB アソシエーションは外圧によって閉

表 3.2: Model Parameters

Model	n_0 (cm^{-3})	B_0 (μG)	T_0 (K)	$L_{\rm SN}$ (erg s^{-1})	$B_x(z)$	$t_{\rm final}$[1] (Myr)	$R_{\rm equiv}$[2] (pc)
A	0.3	5	8000	3×10^{37}	const	22	255
B	0.3	5	8000	3×10^{38}	const	20	567
C	0.3	5	8000	3×10^{37}	$\propto\rho^{1/2}$	36	592
D	0.3	3	8000	3×10^{37}	$\propto\rho^{1/2}$	30	563
E	0.3	5	8000	1×10^{37}	$\propto\rho^{1/2}$	40	196
F	0.3	5	8000	3×10^{38}	$\propto\rho^{1/2}$	11	470
Q	0.3	0	8000	3×10^{37}	no B	50	1150

じ込められるパラメータとハローへ高温ガスを噴出させるパラメータのちょうど境界付近にあることが期待される。

49 頁の図 3.9 は、$B_0 = 5\mu$G の一様の磁場が貫いていて、式 (3.15) ただし $n_0 = 0.3\mathrm{cm}^{-3}$ の密度分布をもつ星間ガス (温度 $T_0 = 8000$K) の中で $\Delta t = 10^6$ 年ごとに 1 回超新星が爆発した時に生じるスーパーバブルの構造を示している。

50 頁の図 3.11 は、磁束密度が $z = 0$ では $B_0 = 5\mu$G だが密度の平方根に比例して減少する場合を考えている。星間ガスの分布は 49 頁の図 3.9 のものと同じ。

この 3 次元磁気流体力学シミュレーションによれば、上記の 2 つはある場合はそれぞれの効果を打ち消すように、ある場合は強め合うように働くことがわかっている。

3.4.1　超新星爆発によってドライブされる星間ガス中の乱流

51 頁の図 3.12 に示したのは、超新星爆発によって駆動される星間物質の乱流的な構造を 3 次元の non-ideal MHD シミュレーションで解析したものである (Korpi et al. 1999: AAp 350, 230)。

大きなスケールハイト ($h \simeq 325$pc) を持って発生する I 型超新星 (I 型出現率 $\sigma_I = 4\times10^{-6}\mathrm{kpc}^{-2}\ \mathrm{yr}^{-1}$) 以外に、$70\sigma_I = 3\times10^{-5}\mathrm{kpc}^{-2}\ \mathrm{yr}^{-1}$) は $h \simeq 90$pc 程度の OB アソシエーションで発生する。超新星爆発のサイトを上の分布で無作為に選ぶことによってエネルギーを注入しその後の進化を調べる。

PDF (probability density function) は 2 つのピークをもつ。それぞれ $n \sim 0.1\mathrm{cm}^{-3}$、$T \simeq 10^4$K の暖かい星間物質と $n \sim 10^{-3}\mathrm{cm}^{-3}$、$T \simeq 10^6$K の高温の星間物質に対応する。圧力の PDF は $1-2\times10^3\mathrm{K\,cm}^{-3}$ で一つのピークを持つ。高温相の体積は銀河面上では 20-30% であるが、$|z| \simeq 1$kpc までゆくと 80-100% に達する。このような星間物質中では、スケールハイト $H \simeq 180$pc、銀河面上での平均密度 $n_0 \simeq 1.1\mathrm{cm}^{-3}$ 圧力は銀河面上で、熱成分 $p_{\rm th} \simeq 2\times^{-12}\mathrm{erg\,cm}^{-2}$、乱流成分 $p_{\rm turb} \simeq 3\times^{-12}\mathrm{erg\,cm}^{-2}$、磁気的成分 $p_{\rm mag} \simeq 5\times^{-14}\mathrm{erg\,cm}^{-2}$、に達する。これから見積もられる $L_{\rm SN} = 3\times10^{37}\mathrm{erg\,s}^{-1}$ の連鎖的超新星爆発に対する D の値は $D \simeq 50$ 程度になる。MacLow & McCray (1989) の条件では blow-out しないパラメータであるが現実的には、このパラメータに対しても、煙突型構造を形成する。以下にその進化の例を見る。

51 頁の図 3.12 の左上のシリーズは、$t = 60$Myr に中央 $(x,y,z) = (0,0,0)$ で生じたスーパーバブルの煙突型構造に成長した後の構造を密度分布をグレースケールで示している。左から時刻 $t = 93$Myr、$t = 94.5$Myr、$t = 96$Myr、$t = 97.5$Myr に対応する。この図のもっとも右のフレームには白線で示した I 型超新星による超新星残骸が生じているのが見えている。ハローの高緯度

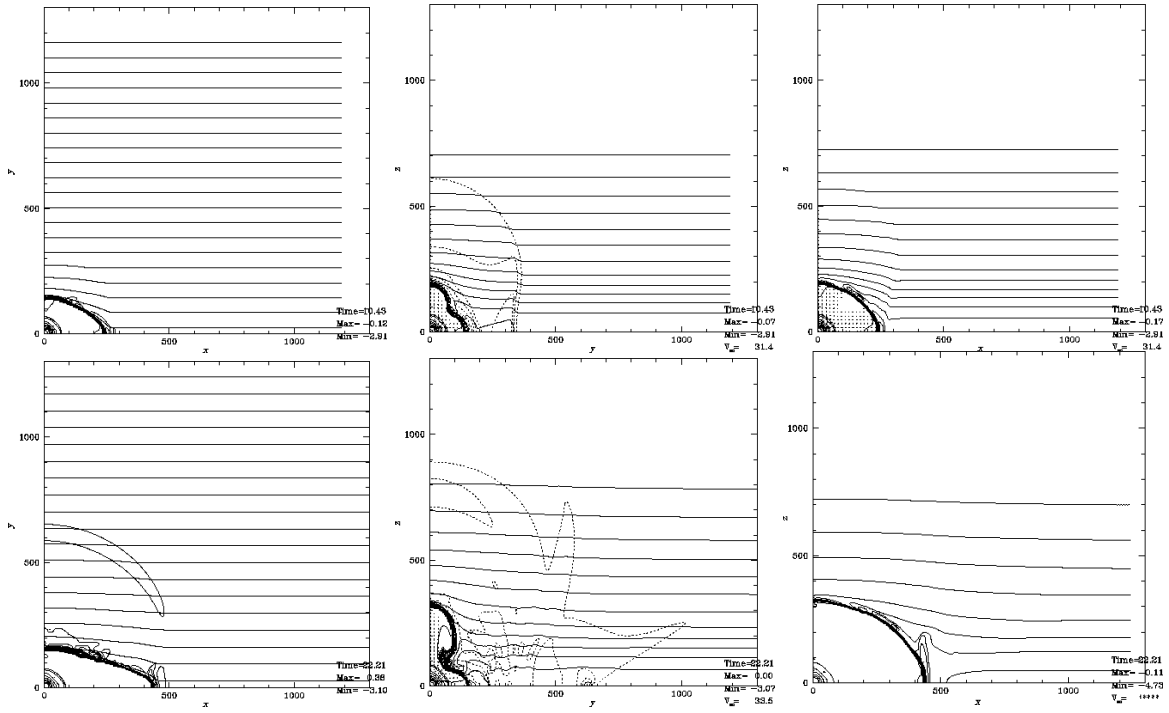

図 3.9: 連鎖的な超新星爆発によって形成されるスーパーバブルの進化。$B_0 = 5\mu\mathrm{G}$ の一様磁場、$L_{\mathrm{SN}} = 3 \times 10^{37}\mathrm{erg\,s^{-1}}$。上は $10.4\mathrm{Myr}$、下は $22\mathrm{Myr}$ での構造。左は $\mathrm{xy}(z = 0)$ 面の密度の等高線と磁力線を、中は $\mathrm{yz}(x = 0)$ 面の密度の等高線と磁束密度 B_x の等高線 (点線) を、右は $\mathrm{xz}(y = 0)$ 面の密度の等高線と磁力線を描いている。

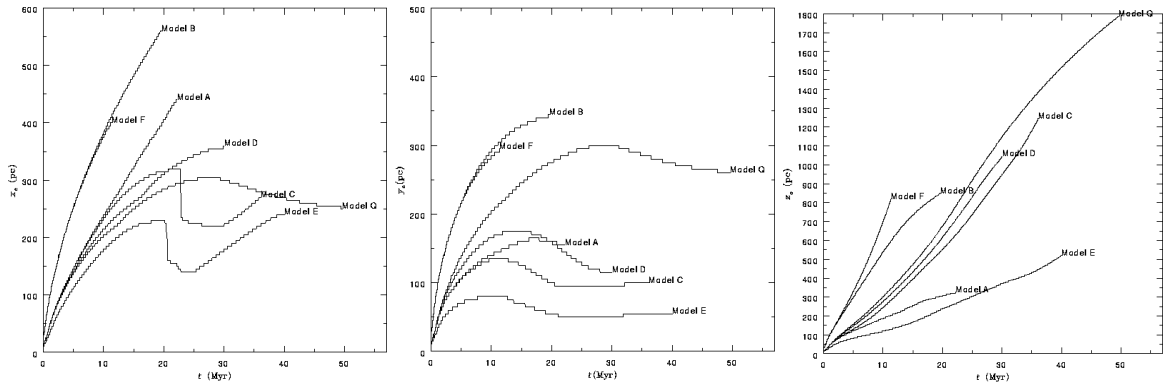

図 3.10: 高温のキャビティの端までの距離を時間の関数でプロットした。

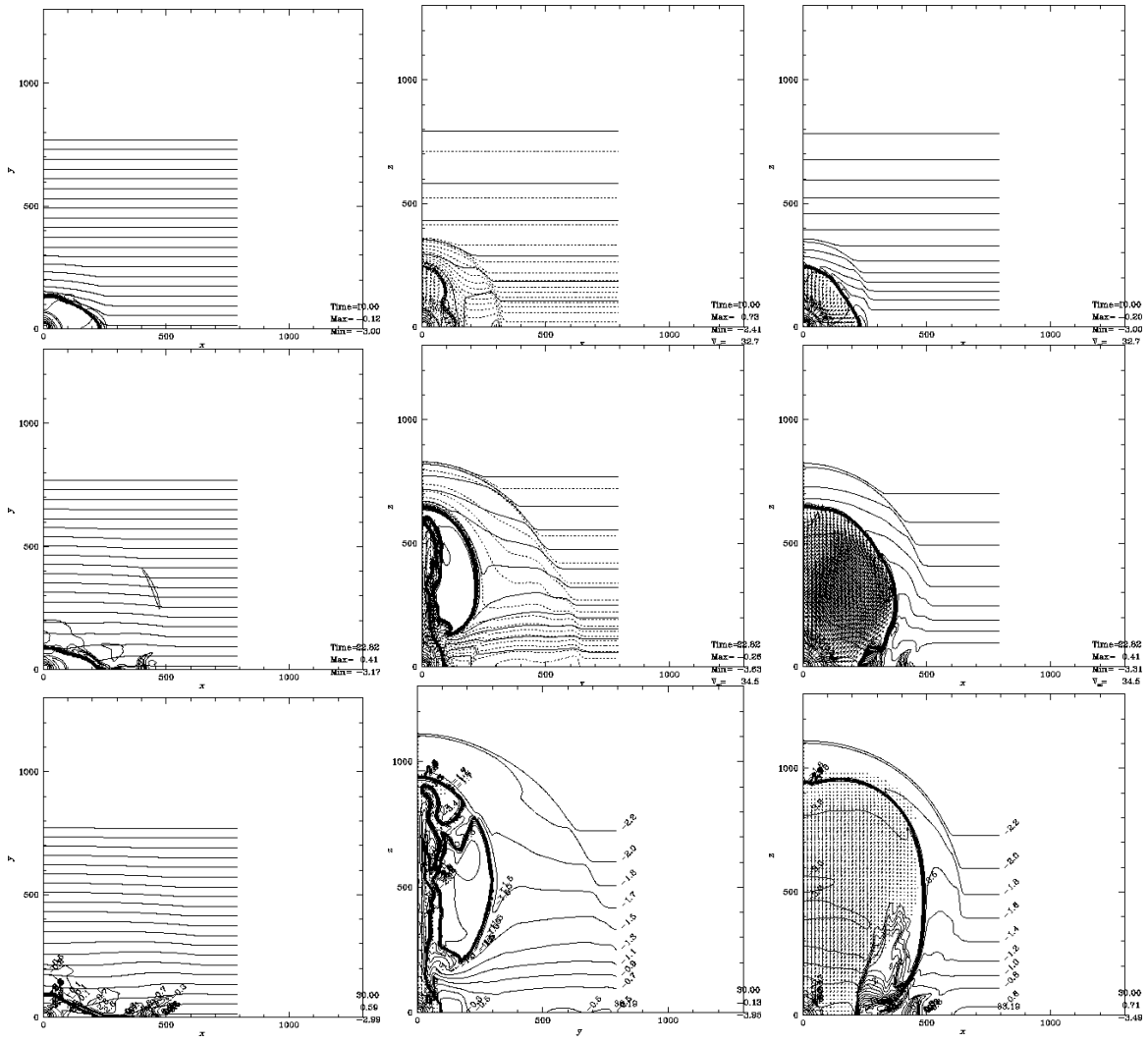

図 3.11: 連鎖的な超新星爆発によって形成されるスーパーバブルの進化。$B_0(z=0)=5\mu\mathrm{G}$ で密度の平方根に比例して減少する磁場の場合、$L_{\mathrm{SN}}=3\times10^{37}\mathrm{erg\,s^{-1}}$。上は $10\mathrm{Myr}$、中は $22.8\mathrm{Myr}$、下は $30\mathrm{Myr}$ での構造。左は $\mathrm{xy}(z=0)$ 面の密度の等高線と磁力線を、中は $\mathrm{yz}(x=0)$ 面の密度の等高線と磁束密度 B_x の等高線　(点線) を、右は $\mathrm{xz}(y=0)$ 面の密度の等高線と磁力線を描いている。

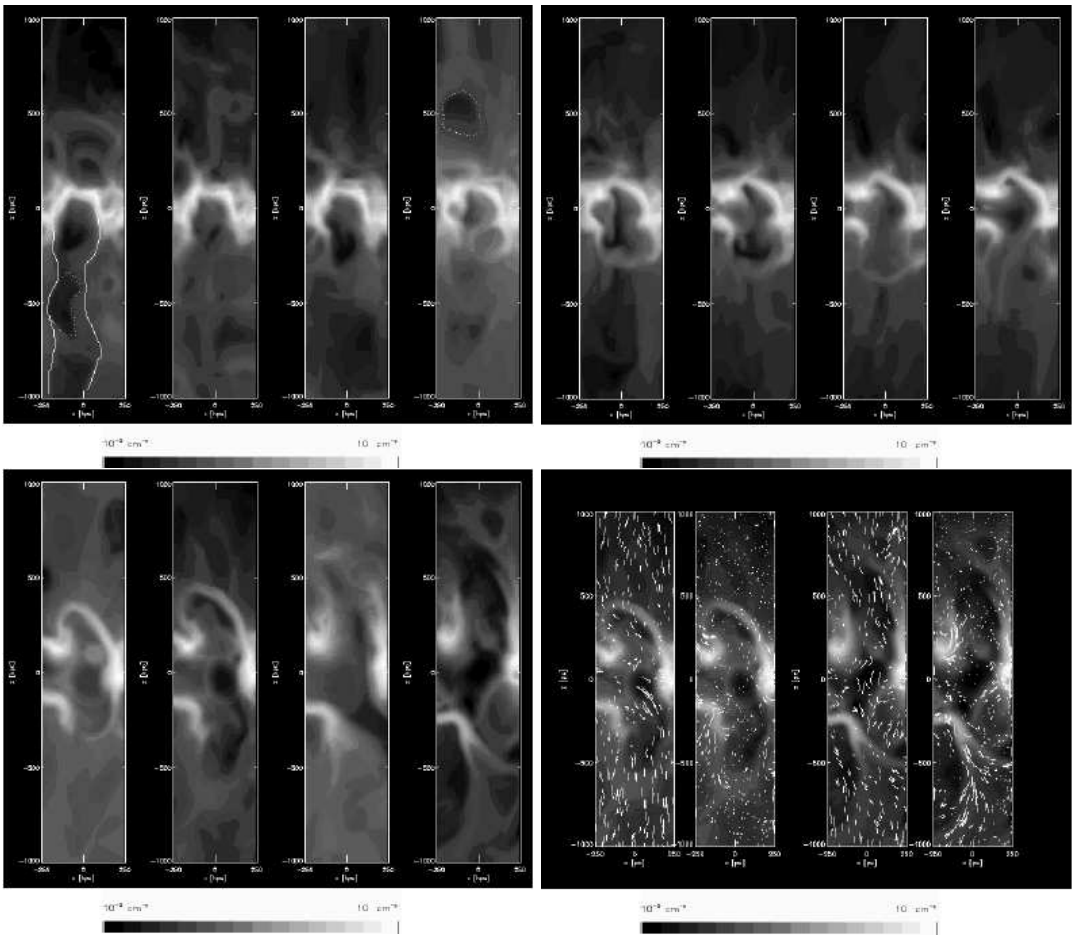

図 3.12: 連鎖的な超新星爆発によって形成されるスーパーバブルの進化。

で発生したI型超新星は低密度の領域に大きな高温領域を作る。51 頁の図 3.12 の右上のシリーズは、$t = 97\mathrm{Myr}$ から $0.5\mathrm{Myr}$ 間隔のスナップショットである。熱いガスが下側に逃げ出していることが見てとれる。51 頁の図 3.12 の左下のシリーズは、$t = 100\mathrm{Myr}$ から $1.5\mathrm{Myr}$ ごとのスナップショットである。ここでは上下につき抜けた煙突構造が形成されていることがわかる。このときの速度、磁場構造を示したのが右下のシリーズで、一番左が煙突形成前の速度ベクトル、その右が同じ時の磁場ベクトル、右側 2 つが煙突形成後の速度ベクトルと磁場ベクトルを表す。

付 録A　衝撃波ランキン ・ユゴニオ関係

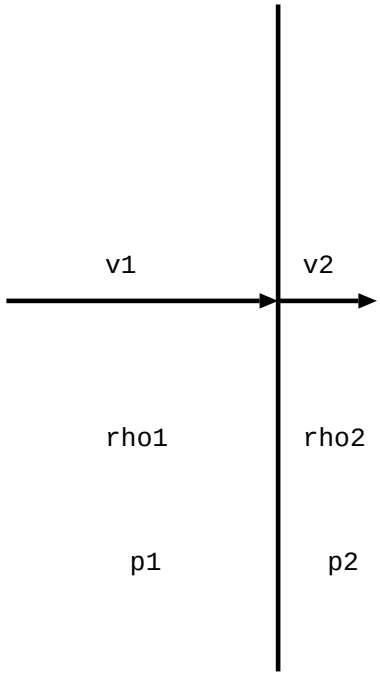

図 A.1: 衝撃波面をはさんだ物理量の関係

衝撃波に乗った系で見た時に、衝撃波前面の物理量 (1 の添字つき) と衝撃波後面の物理量 (2 の添字つき) の間の関係は、以下の保存則を用いることによって得られる。すなわち、質量の保存から

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2, \tag{A.1}$$

運動量流束の保存から

$$\rho_1 v_1^2 + p_1 = \rho_2 v_2^2 + p_2, \tag{A.2}$$

最後にエネルギー流束の保存から

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{p_2}{\rho_2}, \tag{A.3}$$

これらから、

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{(\gamma + 1)\mathcal{M}_1^2}{(\gamma - 1)\mathcal{M}_1^2 + 2} \tag{A.4}$$

ここで $\mathcal{M}_1$ は衝撃波前方でのマッハ数を表す。これが大きいとき (強い衝撃波の場合) は、密度や速度の比は一定値に近付く。

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} \to \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \tag{A.5}$$

付 録B　密度成層中の衝撃波の伝搬

密度成層中の衝撃波の伝搬について、自己相似解のエネルギー保存のようなグローバルな関係ではなく、衝撃波の伝搬がローカルに決まる場合についての記述が Whitham (1974: Linear and Nonlinear Waves, p.275) にある。

$$\rho_t + u\rho_x \rho u_x = 0, \tag{B.1}$$

$$u_t + uu\ x + \frac{1}{\rho} p_x = 0, \tag{B.2}$$

$$p\ t + up_x - a^2(\rho_t + u\rho_x) = 0, \tag{B.3}$$

特性曲線 $dx/dt = u + a$ にそって、

$$dp + \rho a du = 0 \tag{B.4}$$

あるいは

$$dp/dx + \rho a du/dx = 0. \tag{B.5}$$

ここに強い衝撃波のランキン ・ユゴニオ関係

$$u = \frac{2}{\gamma+1} U;\quad p = \frac{2}{\gamma+1}\rho_0 U^2;\quad \rho = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_0;\quad a^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \frac{2\gamma(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2)} U^2, \tag{B.6}$$

を代入すると、

$$\frac{1}{U}\frac{dU}{dx} + \beta \frac{1}{\rho_0}\frac{d\rho_0}{dx} = 0, \tag{B.7}$$

となる。ここで

$$\beta = \left(2 + \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}\right)^{-1}, \tag{B.8}$$

である。この結果、膨張速度と衝撃波直後の圧力はそれぞれ密度のベキとして

$$U \propto \rho_0^{-\beta},\quad p \propto \rho_0^{1-2\beta} \tag{B.9}$$

で与えられる。$\gamma = 5/3$ に対して $\beta = 0.23608$ である。

付 録C　$z-$ 方向の密度分布

図 C.1 は銀河のディスクに垂直方向の HI ガス密度の分布を示す。

$n_0(\mathrm{cm}^{-3})$	FWHM (pc)	Gaussian/Exponential
0.395	212	G
0.107	530	G
0.064	403	E
0.57	230	average

表 C.1: $z-$ 方向の HI 密度分布 (Dickey & Lockman 1990 ARAA 28, 215)

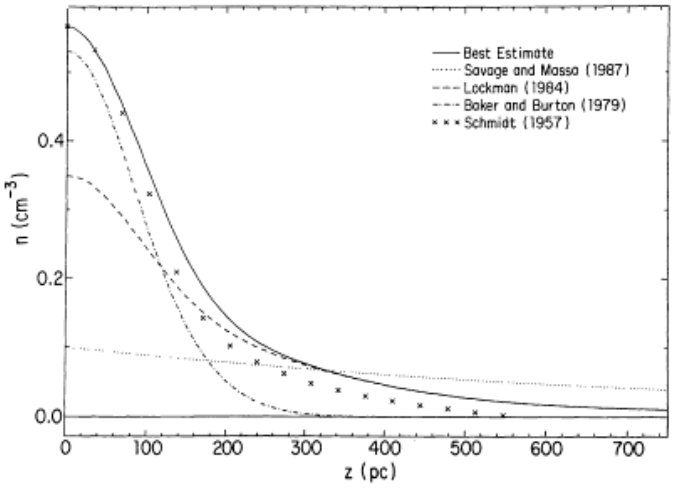

Figure 10 Recent estimates of the vertical density distribution of galactic H I in the range $0.4\,R_0 \lesssim R \lesssim R_0$. All are based on 21-cm data (5, 165), except for the Savage & Massa (225) curve, which comes from Lα observations of a sample of exceptionally low N_{H} lines of sight. The curve marked "Best Estimate" is what we believe to be the most likely distribution and is discussed in the text. For comparison, the crosses show the values $n(z)$ derived by Schmidt (228) in 1957 after they are adjusted to a central density of 0.57 cm^{-3}. All curves have been scaled to $R_0 = 8.5$ kpc.

図 C.1: $z-$ 方向の HI 密度分布

付 録D　磁気流体力学の基礎方程式

マックスウエルの方程式の内アンペールの法則は、変移電流が無視できれば

$$\mathrm{rot}\mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} j \tag{D.1}$$

この時は、磁場によるローレンツ力は

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{c} = \frac{\mathrm{rot}\mathbf{B} \times \mathbf{B}}{4\pi} \tag{D.2}$$

のように磁場のみを使って書き表せる。一方磁場の時間変化は、ファラディの電磁誘導の法則が

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{D.3}$$

であるから、オームの法則

$$\mathbf{j} = \sigma \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right) \tag{D.4}$$

と組み合わせると

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathrm{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma}\nabla^2 \mathbf{B} \tag{D.5}$$

のようになる。ここで、右辺第 1 項は磁場の輸送を表す項で、第 2 項は磁場の拡散をあらわす。この第 2 項が第 1 項に比べて無視できる時、理想磁気流体とよび磁場の誘導方程式は

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathrm{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{D.6}$$

のようになる。この場合、磁場の物質への凍結 (ある流体要素を貫く磁束は時間とともに変化しない) が起こっている。

理想磁気流体力学 (Ideal MHD) では、流体力学の方程式に対して、磁場の誘導方程式 (D.6) を付け加え、運動量に関する方程式にローレンツ力第 2 項を加える。すなわち

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \mathbf{v}\mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{4\pi}(\mathrm{rot}\mathbf{B}) \times \mathbf{B} \tag{D.7}$$

が Ideal MHD での運動量に関する方程式である。

付 録E　超新星出現率

系外銀河の統計 ($H_0 = 50 \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$) から、我々の銀河の超新星出現率は$40 \pm 10$年に1回程度、超新星の$85\%$はII型およびIb型の大質量星起源である (Tamman, Löffler, & Schröder 1994: ApJS 92, 487)。

銀河	100年あたりの出現率		
型	Ia	II+Ib	合計
Sb	0.28	1.27	1.55
Sb/bc	0.28	1.50	1.78
Sbc	0.28	1.75	2.03
Sbs/c	0.28	2.30	2.58
Sc	0.28	2.88	3.16