

数値相対論シミュレーション

関口雄一郎（京都大学基礎物理学研究所）



内容

- ▶ 数値相対論の概要
- ▶ 最近の研究成果 —アニメーションを中心に—



数値相対論とは？



John von Neumann

“非線形問題の解法として、高速電子計算機を用いる時代が必ず到来する”



数値相対論のターゲット

- ▶ 強重力場の動的変動を伴う現象
 - ▶ ブラックホール形成の瞬間
 - ▶ 大質量星の重力崩壊
 - ▶ コンパクト天体連星の合体, etc
- ▶ 重力波放出現象
 - ▶ 重力波天文学へ
 - ▶ 基礎物理の実験場へ(安東さん's talk)
- ▶ 高エネルギー天体现象
 - ▶ ガンマ線バースト
 - ▶ 超新星爆発



一般相対論的強重力が重要な問題
極めて動的かつ**非線形**な問題

➡ 数値相対論

基礎方程式と物理

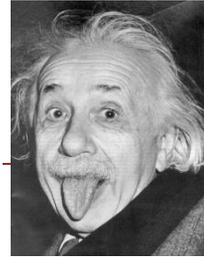
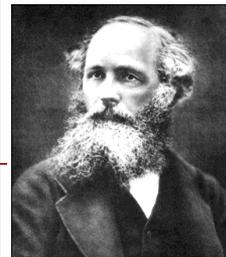
- ▶ Einstein方程式をソース場の方程式とともに解く

$$G_{ab} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ab}$$

$$\nabla_a T^{ab} = 0 \quad (T^{ab} = (T_{\text{Fluid}} + T_{\text{EM}} + T_{\nu} + \dots)^{ab})$$

$$\nabla_a J^a = 0 \quad (J^a \sim (n_{\text{baryon}} + n_e + n_{\nu} + \dots)u^a)$$

- ▶ 自然界に知られる4つの力全てが重要になる
 - ▶ 重力 : 一般相対論的強重力
 - ▶ 電磁気力: 磁気流体现象、状態方程式
 - ▶ 強い力 : 高密度核物質の状態方程式
 - ▶ 弱い力 : ニュートリノ生成・散乱、電子捕獲反応



数値相対論における革新（1）

- ▶ ADM形式 / 3 + 1 分解 (Arnowitt, Deser, & Misner 1962)
 - ▶ 一般相対性理論：時間空間が融合した時空多様体上の理論
 - ▶ 方程式中に時間微分と空間微分が混在して出現
 - ▶ どの型の偏微分方程式系なのかが良くわからない
 - ▶ 初期値問題としての定式化
- ▶ 座標条件に関する基本的アイデア (Smarr, Yorkら1970年代)
 - ▶ 一般相対性理論：絶対時空間がない
 - ▶ 時間軸と空間軸を計算者が指定することが必要
 - ▶ BH特異点回避、座標の引きずりの解消
- ▶ 先駆的研究 (Nakamura, Ohara, Teukolskyら1980年代)
 - ▶ 初めての Full GR 重力崩壊計算 (Nakamura 1980's)



数値相対論における革新 (2)

- ▶ BSSN形式 (Shibata & Nakamura 1995; Baumgarte & Shapiro 1999)
 - ▶ Einstein 方程式：拘束条件の存在
 - ▶ Maxwell方程式： Gauss's law, No-Monopole条件
 - ▶ Einstein方程式： **Hamiltonian(エネルギー), Momentum 拘束条件**
 - ▶ ADM形式：拘束条件の破れが単調増加して計算を壊す
 - ▶ 長時間安定なシミュレーションが可能に
 - ▶ 初めての Full GR 連星中性子星合体 (Shibata & Uryu 2000)
- ▶ BH 時空を追える技法の開発 (Pretorius 2005; Campanelliら2006)
 - ▶ BH切り取り法：BH内部は“見えない”
 - ▶ 初めての連星BH合体 (Pretorius 2005)
 - ▶ 上手な変数と座標条件の採用：BSSN-Puncture
 - ▶ 爆発的な連星BH合体シミュレーション (2006～)



これからの方向性（私論）

▶ より現実的な問題設定へ

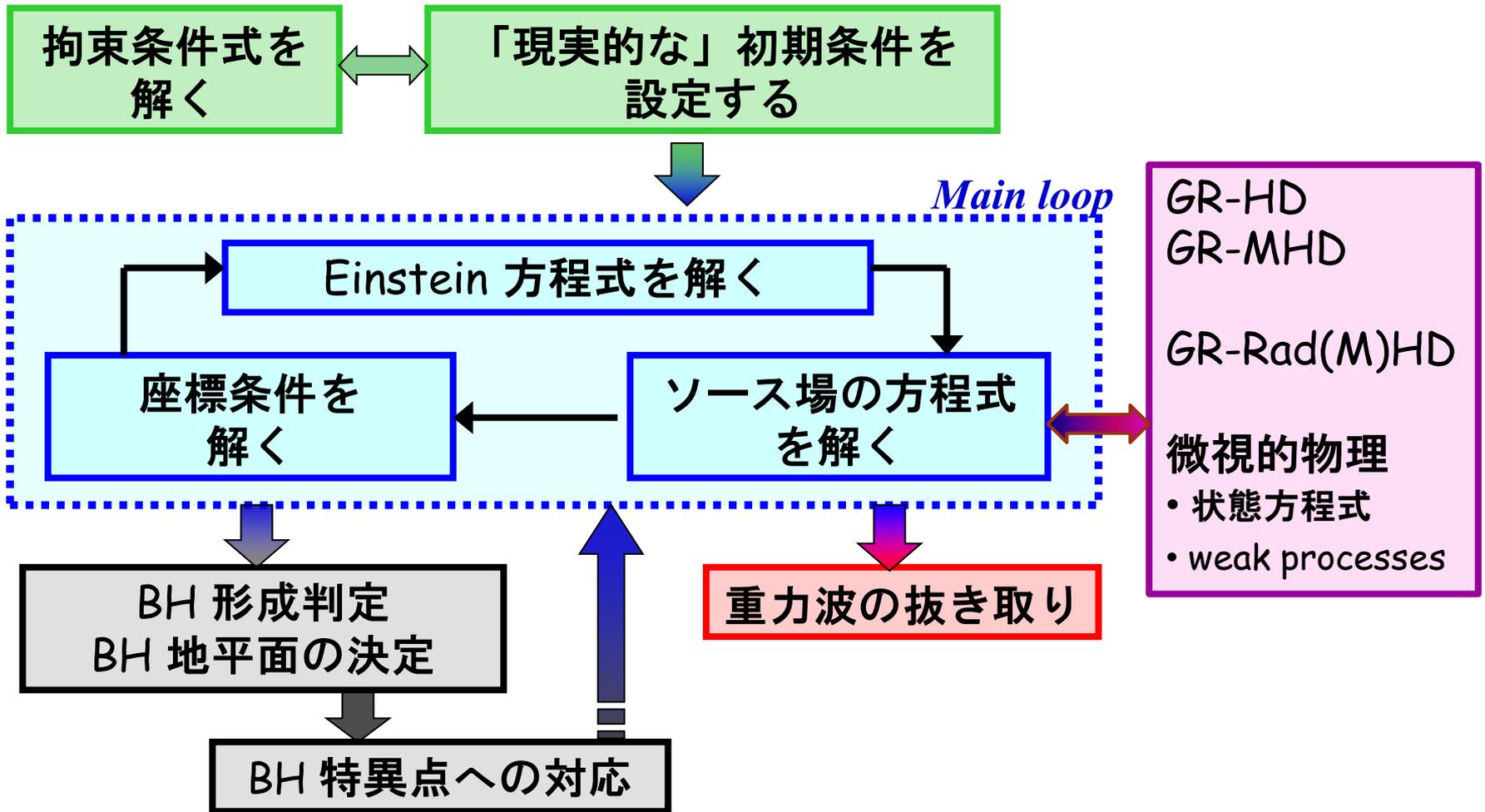
- ▶ GRHD (Valencia group, MPA,90's後半)
- ▶ GRMHD (Valencia group, Shibata, Sekiguchi, 2000~) (電磁気力)
- ▶ コンパクト連星初期条件 (Uryu, Gourgoulhon, Taniguchi, ...90's~)

▶ 微視的物理を組み入れた Full GR 計算 (Sekiguchi 2007,2010)

- ▶ 高密度核物質理論に基づく有限温度状態方程式 (強い相互作用)
 - ▶ 電子捕獲反応、ニュートリノ生成・散乱 (弱い相互作用)
 - ▶ ニュートリノ漏れ出し法
-
- ▶ GR輻射輸送も現在可能になりつつある
 - ▶ Shibata et al. (2011); Shibata & Sekiguchi (2011)



数値相対論の Overview



最近の研究成果

▶ 大質量星の重力崩壊によるBH形成

- Sekiguchi & Shibata ApJ **737**, 6 (2011)
- Sekiguchi & Shibata, in preparation
- Sekiguchi & Shibata, in preparation

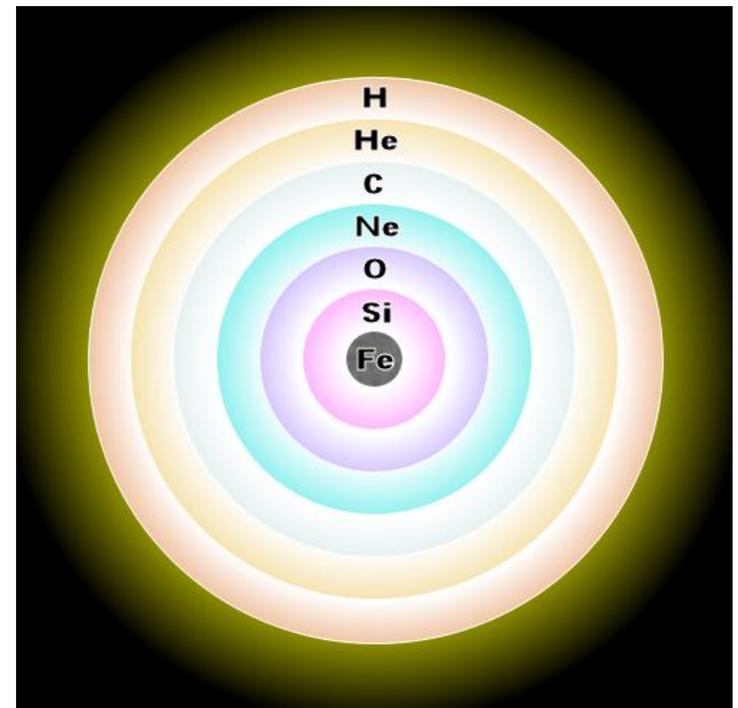
▶ 連星中性子星の合体

- Sekiguchi et al. PRL **107**, 051102 (2011) : Nucleonic EOS
- Sekiguchi et al. PRL accepted for publication : Hyperonic EOS



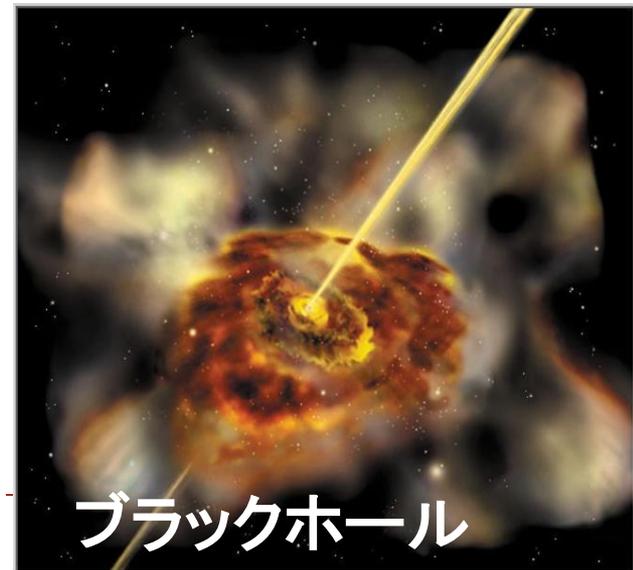
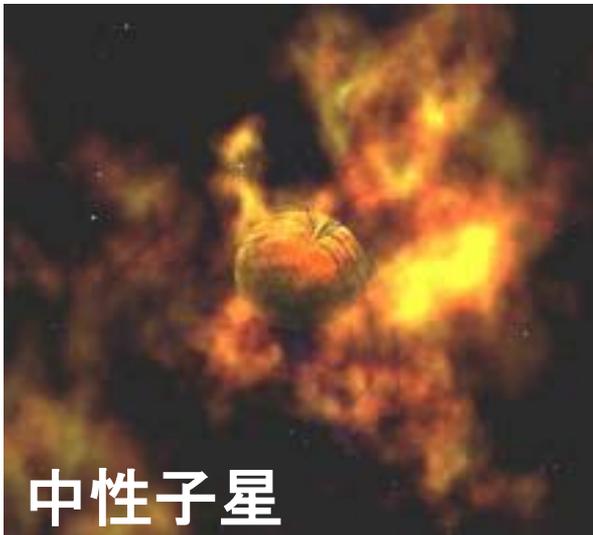
大質量星の重力崩壊

- ▶ 大質量星： 進化の最後に Fe 族元素からなるコアを形成
 - ▶ Fe は最も安定な元素 \Rightarrow 核反応でエネルギーを取り出せない
- ▶ Fe コアは徐々に収縮し、密度 $\sim 10^{10}$ g/cm³, 温度 $\sim 10^{10}$ K
 - ▶ コアは「**電子の縮退圧**」と「**熱ガス圧**」によって自身の重力を支えている
- ▶ 電子の化学ポテンシャルの増大 \Rightarrow **電子捕獲反応**
 - ▶ 陽子が電子と反応して中性子となったほうがエネルギー的に得
 - ▶ 「**電子の縮退圧**」が下がる
 - ▶ **ニュートリノ生成・冷却**
- ▶ 高エネルギー光子による Fe の分解
 - ▶ **吸熱反応のため、「熱ガス圧」が下がる**
- ▶ Fe コアは不安定化し自身の重力によって崩壊する



大質量星の重力崩壊

- ▶ 核密度 $\sim 10^{14}$ g/cm³ : **核力**による反発により崩壊は減速される
 - ▶ コアの表面で衝撃波が形成
- ▶ コアの質量が小さい場合崩壊は止まり、**衝撃波**が伝播
 - ▶ 衝撃波が星の外層を吹き飛ばせば**超新星爆発**として観測
 - ▶ 現在も超新星爆発メカニズムは完全には解明されていない
 - ▶ 中性子星が形成される
- ▶ コアの質量が大きい場合にはブラックホールへと崩壊が進む



2005年のシミュレーション



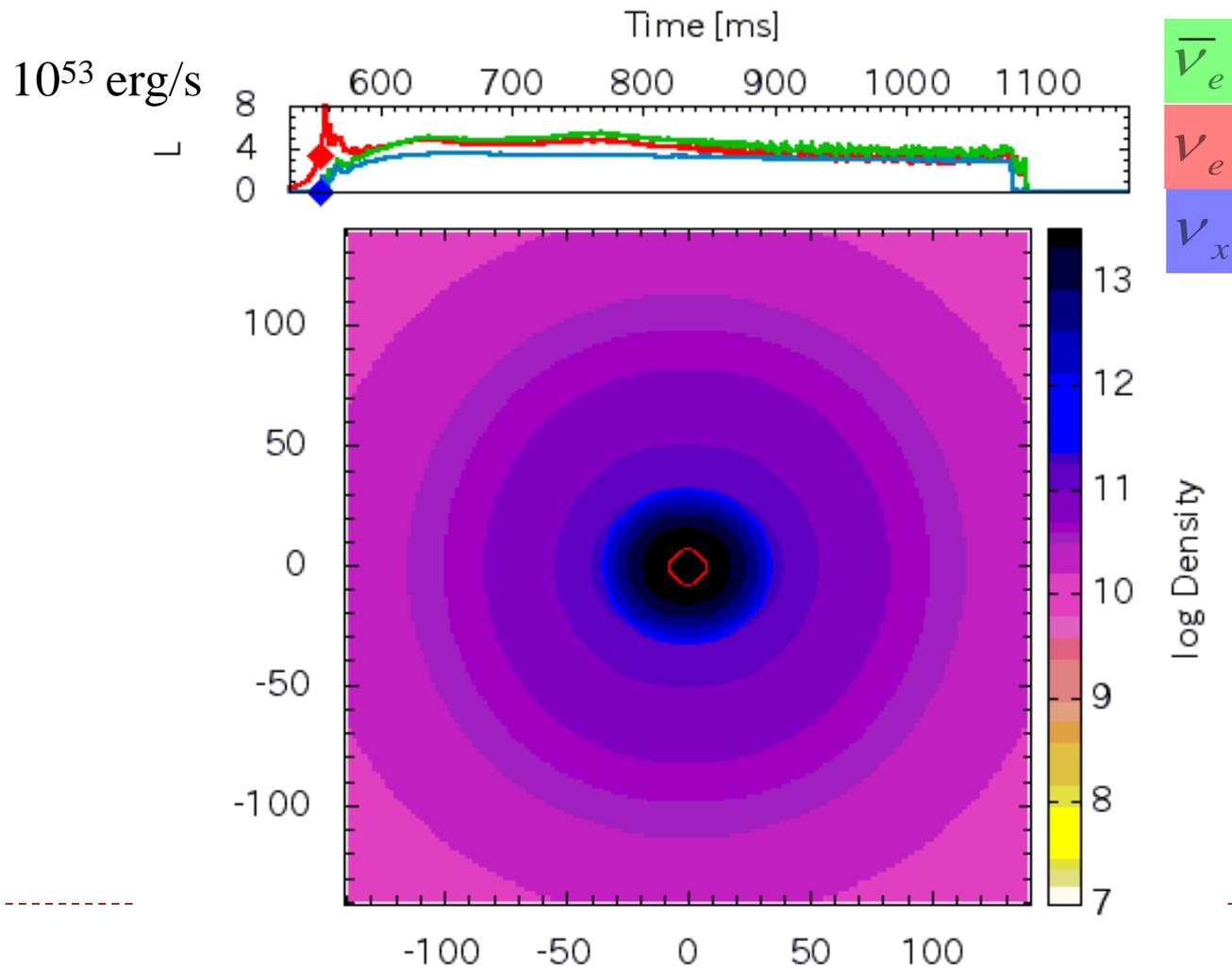
2011年のシミュレーション

- ▶ Presupernova core of 100 Msolar star
 - ▶ Central entropy per baryon: $S_c \sim 1-3 k_B$, $M_{\text{core}} \sim 1-3 M_{\text{solar}}$
 - ▶ Precollapse structure by Umeda & Nomoto 2008
- ▶ High entropy core
 - ▶ $S_c \sim 3-10 k_B$, $M_{\text{core}} \sim 3-20 M_{\text{solar}}$
 - ▶ Simplified model (Sekiguchi & Shibata 2011)
- ▶ Core of 500 Msolar PopIII star
 - ▶ $S_c > 10 k_B$, $M_{\text{core}} > 20 M_{\text{solar}}$
 - ▶ Ohkubo et al. 2006
- ▶ Rotation is added
 - ▶ As we shall see, the dynamics is sensitive to the rotational profile

Please enjoy simulation results via animations

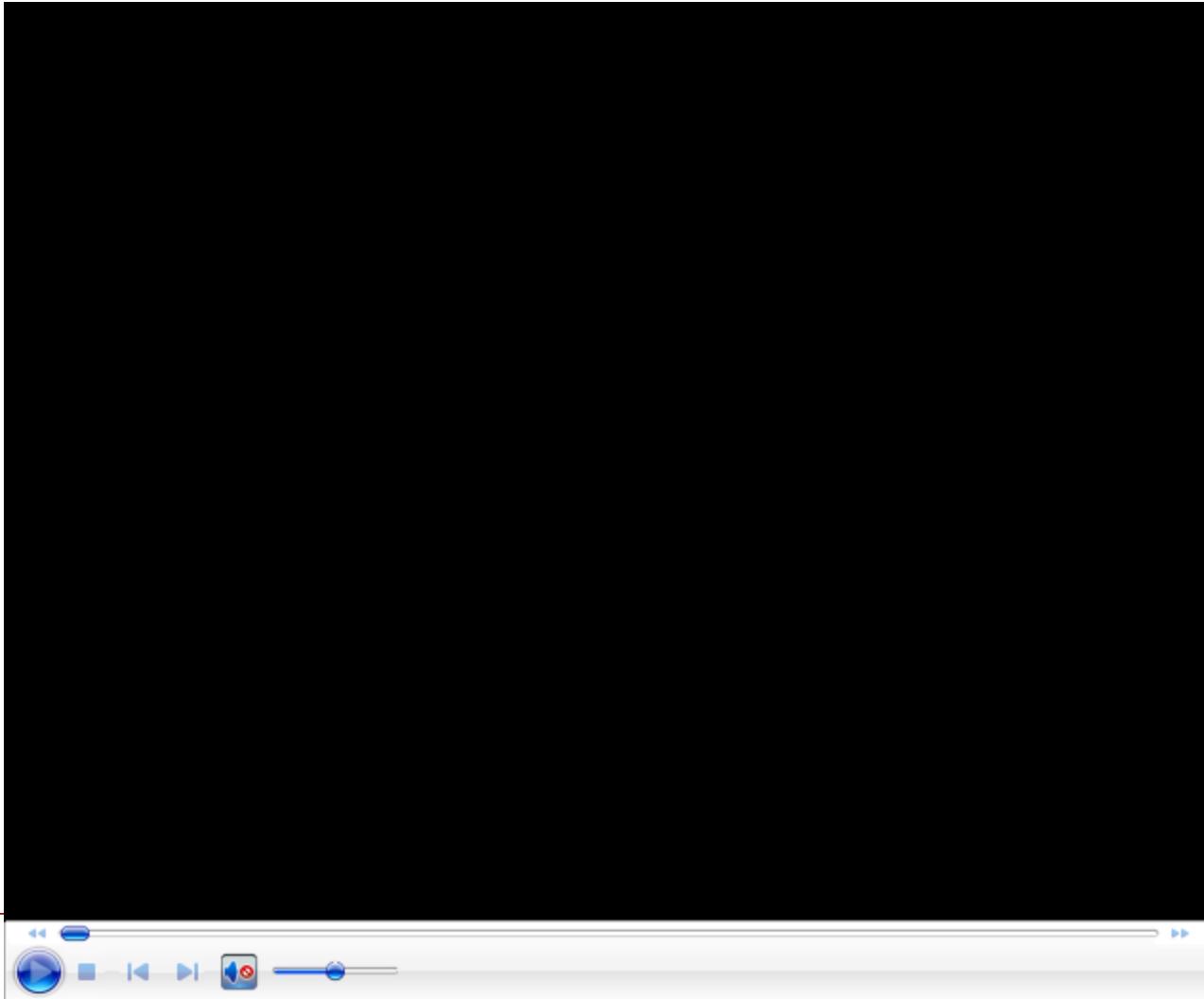
アニメーションの説明

▶ モデル名



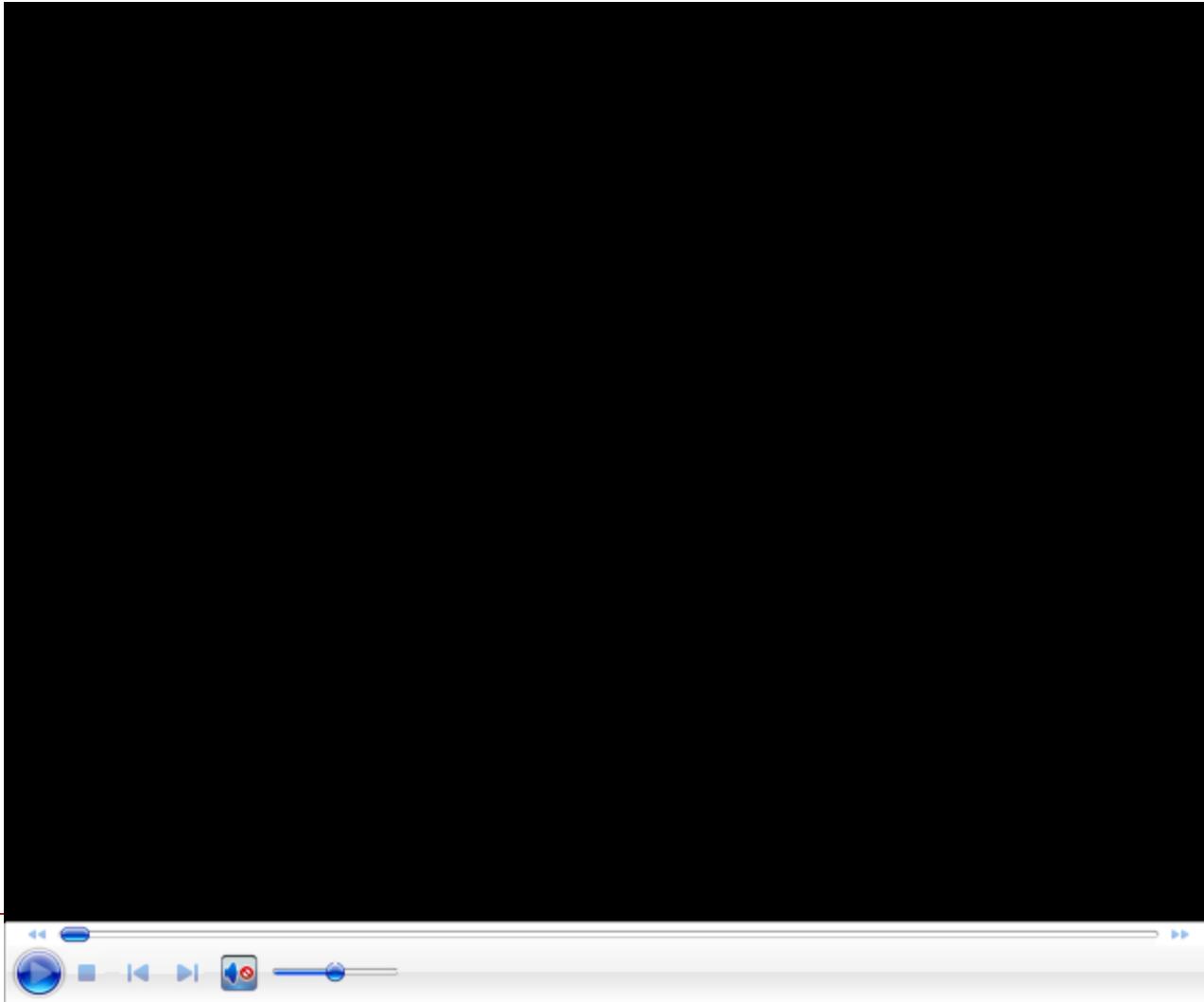
極めてダイナミカルなBH形成過程

- ▶ Umeda & Nomoto 100Msolar 高速回転モデル



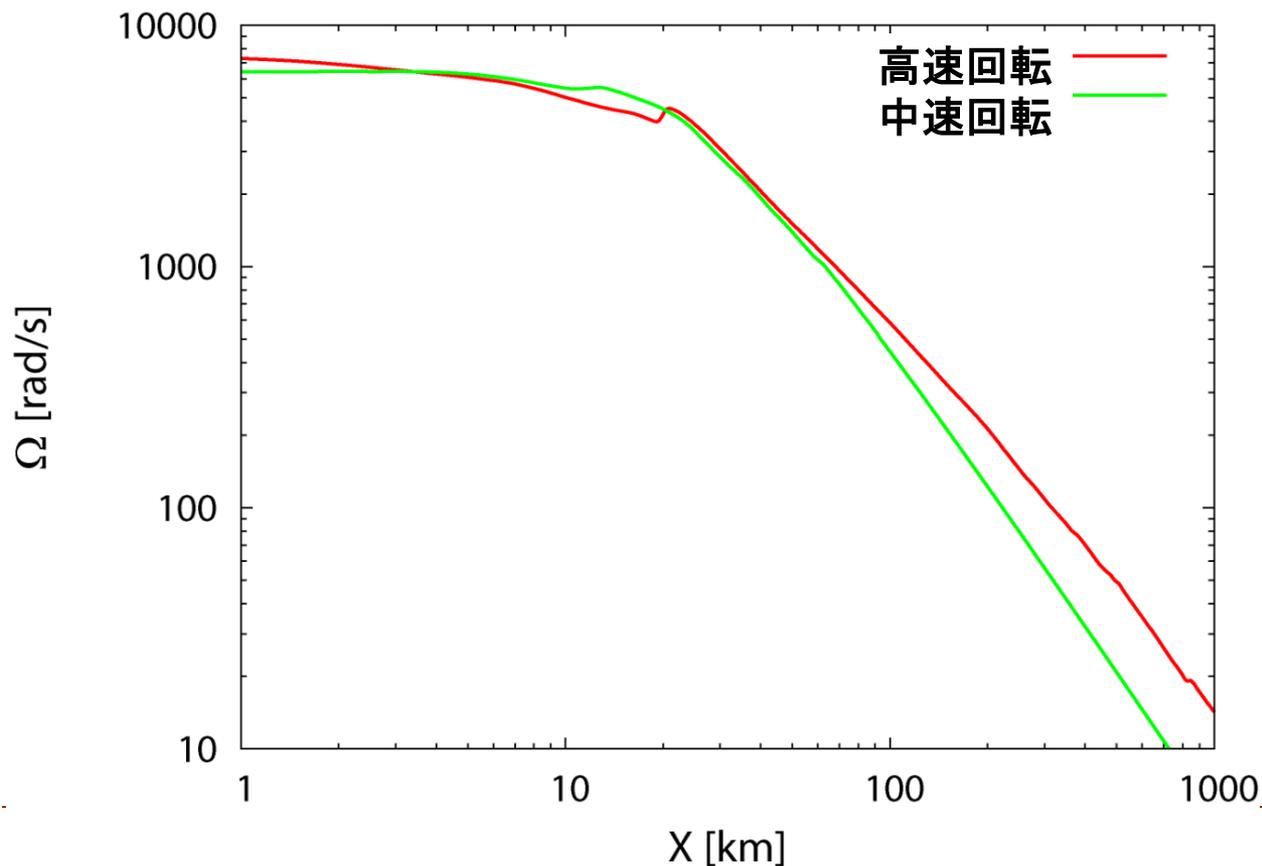
崩壊ダイナミクスは回転に強く依存

- ▶ Umeda & Nomoto 100Msolar 低速回転モデル



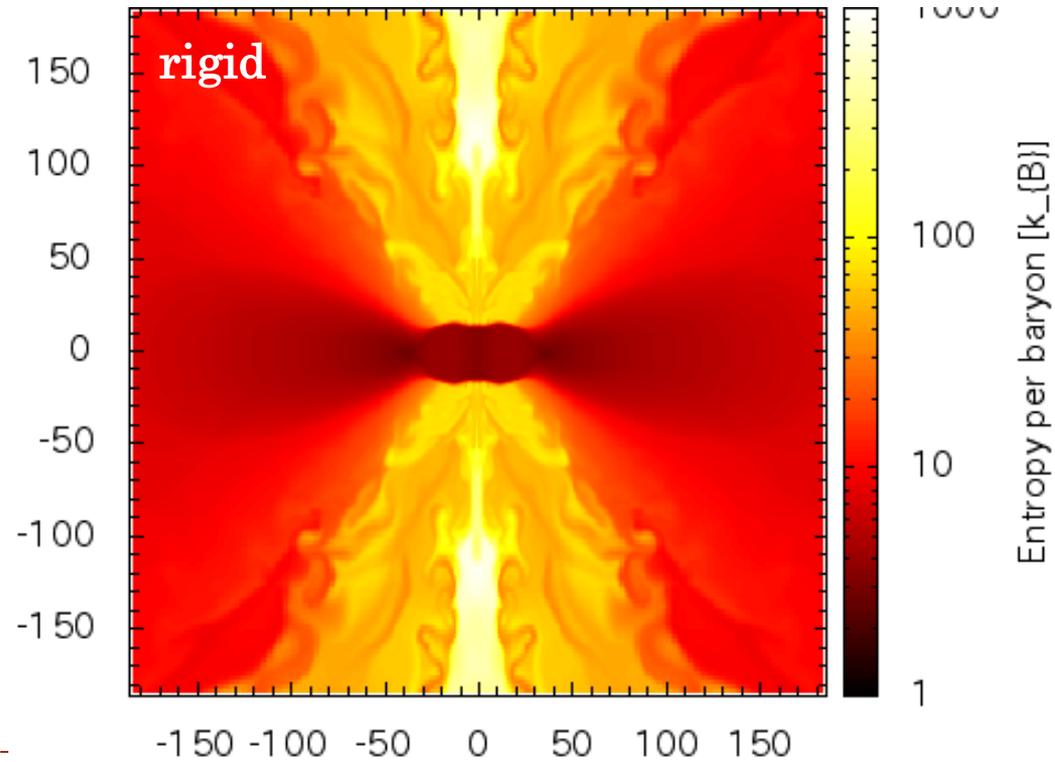
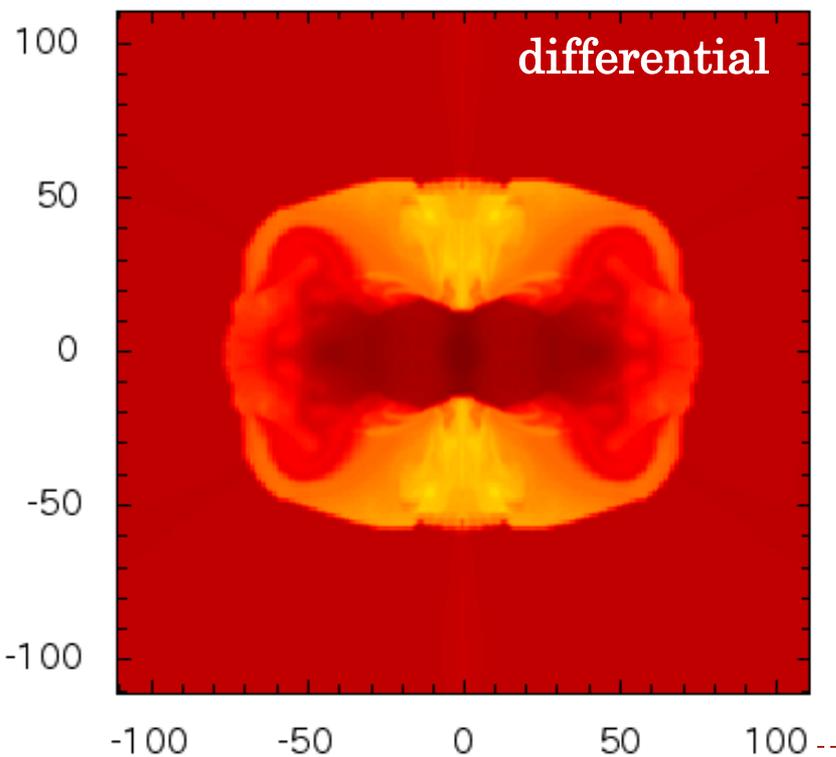
回転角速度の比較

- ▶ 形成された大質量中性子星(HMNS)の回転はほぼ同じ
- ▶ 外部コアの回転の違いがダイナミクスに大きな違いをもたらす
- ▶ $P=1\text{ms}$ 回転による最大質量の底上げはあまり重要でない



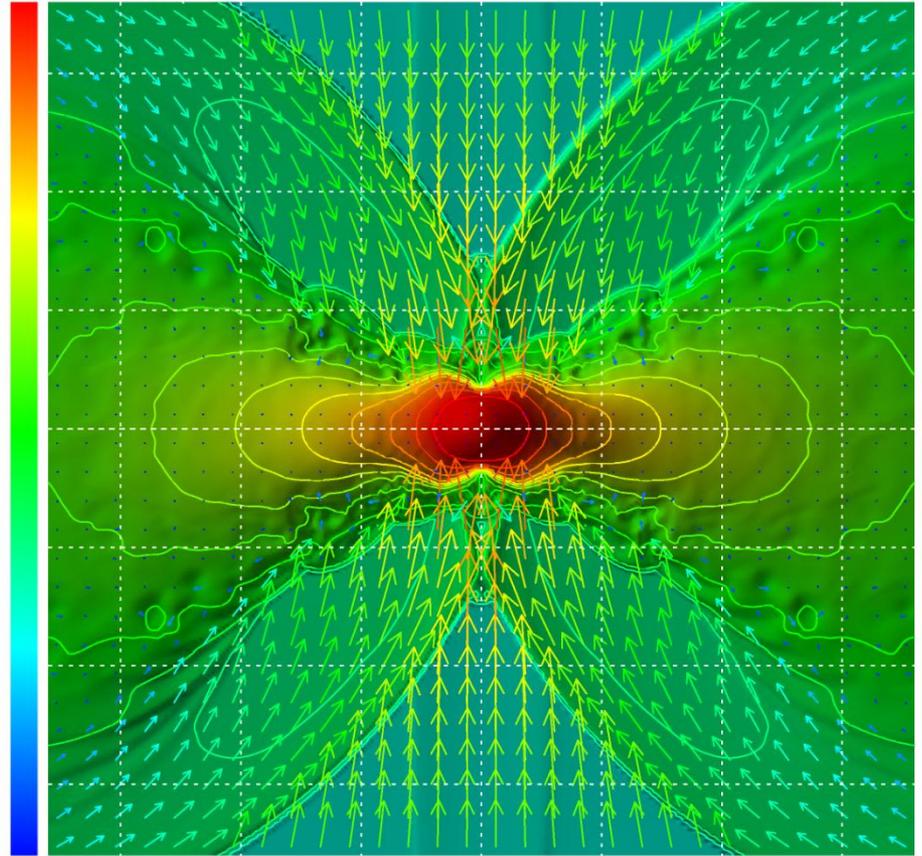
中心エントロピー

- ▶ 中心コアの entropy per baryon = $3 - 4 k_B$
 - ▶ 温度にすると $\sim 100\text{MeV}$
- ▶ 最大質量を $20 - 30\%$ 上げる



ダイナミクス (高速回転モデル)

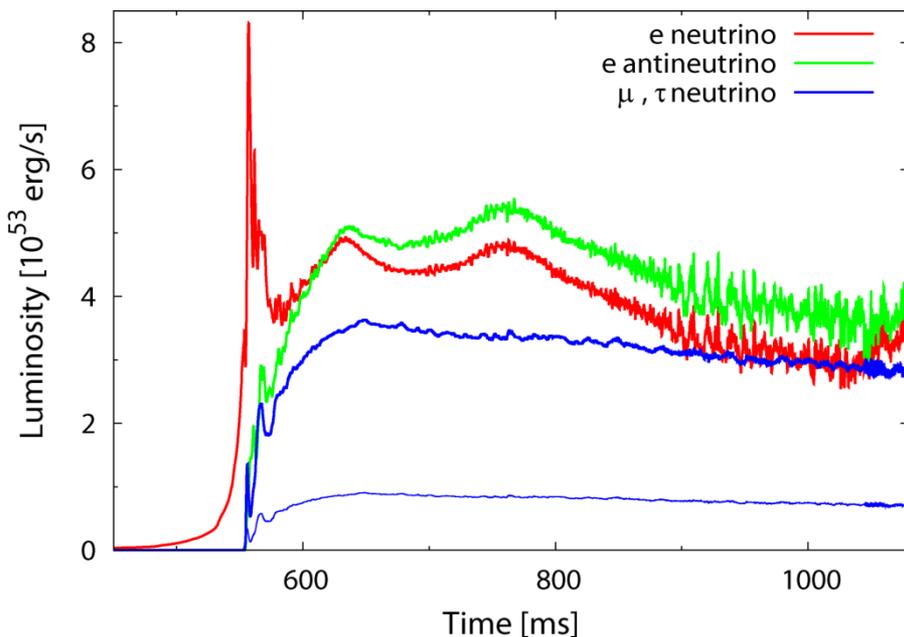
- ▶ トーラス型の衝撃波
- ▶ 斜め衝撃波のため落下物質は中心コアに集中
- ▶ 中心コアの上のすり鉢型の領域にエネルギーがたまる
- ▶ ⇒ 間欠泉的アウトフロー



Neutrino Luminosity (HMNS Phase)

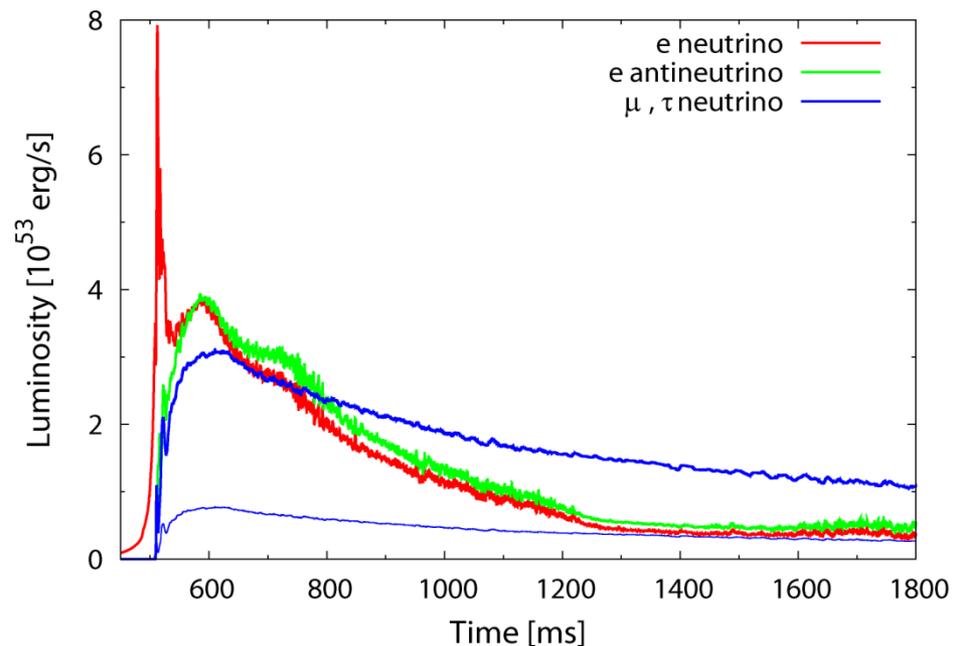
▶ 低速回転モデル

- ▶ 高光度
- ▶ 対流運動に伴う時間変動
 - ▶ 高レプトンフラクション領域の掘り起こし



▶ 高速回転モデル

- ▶ 低光度
- ▶ ニュートリノ対生成が卓越
 - ▶ Disk はほぼベータ平衡か



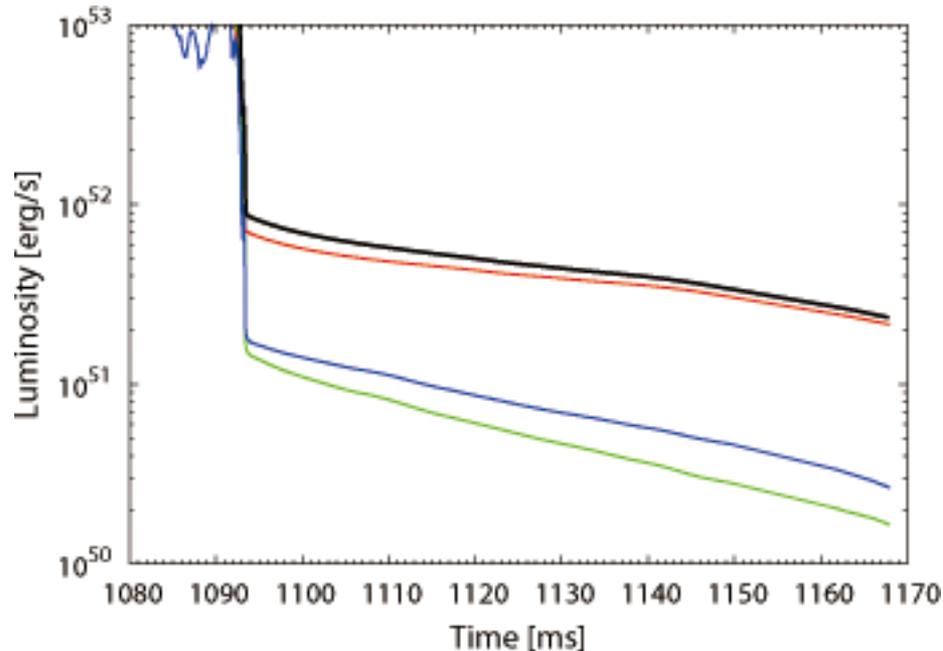
Neutrino Luminosity (BH Phase)

▶ 低速回転モデル

▶ $L_{\text{tot}} \sim 10^{51}$ erg/s

▶ 時間変動なし

▶ ただし追跡時間は短い

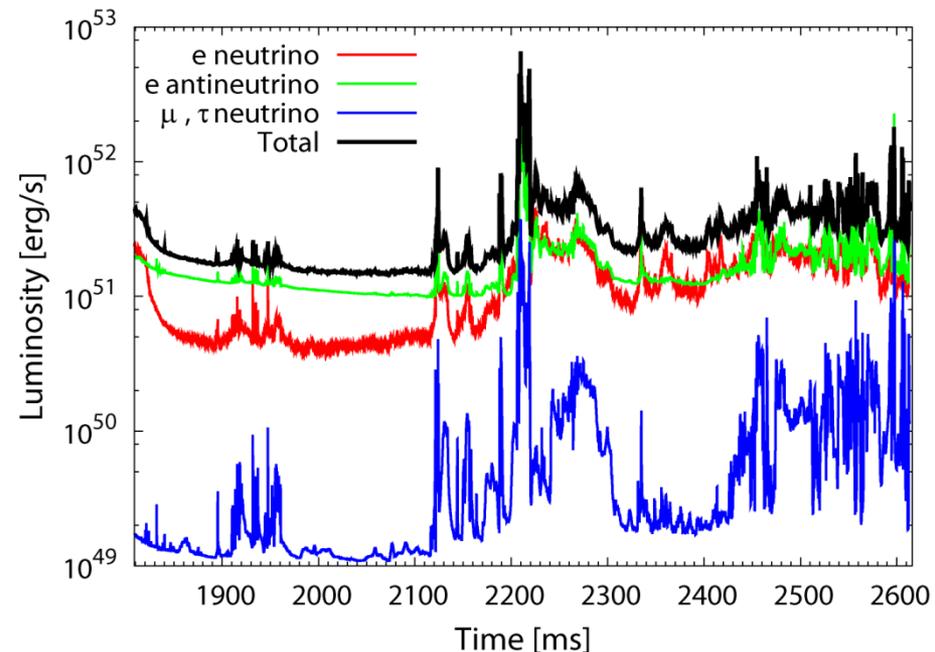


▶ 高速回転モデル

▶ $L_{\text{tot}} \sim 10^{51} - 10^{52}$ erg/s

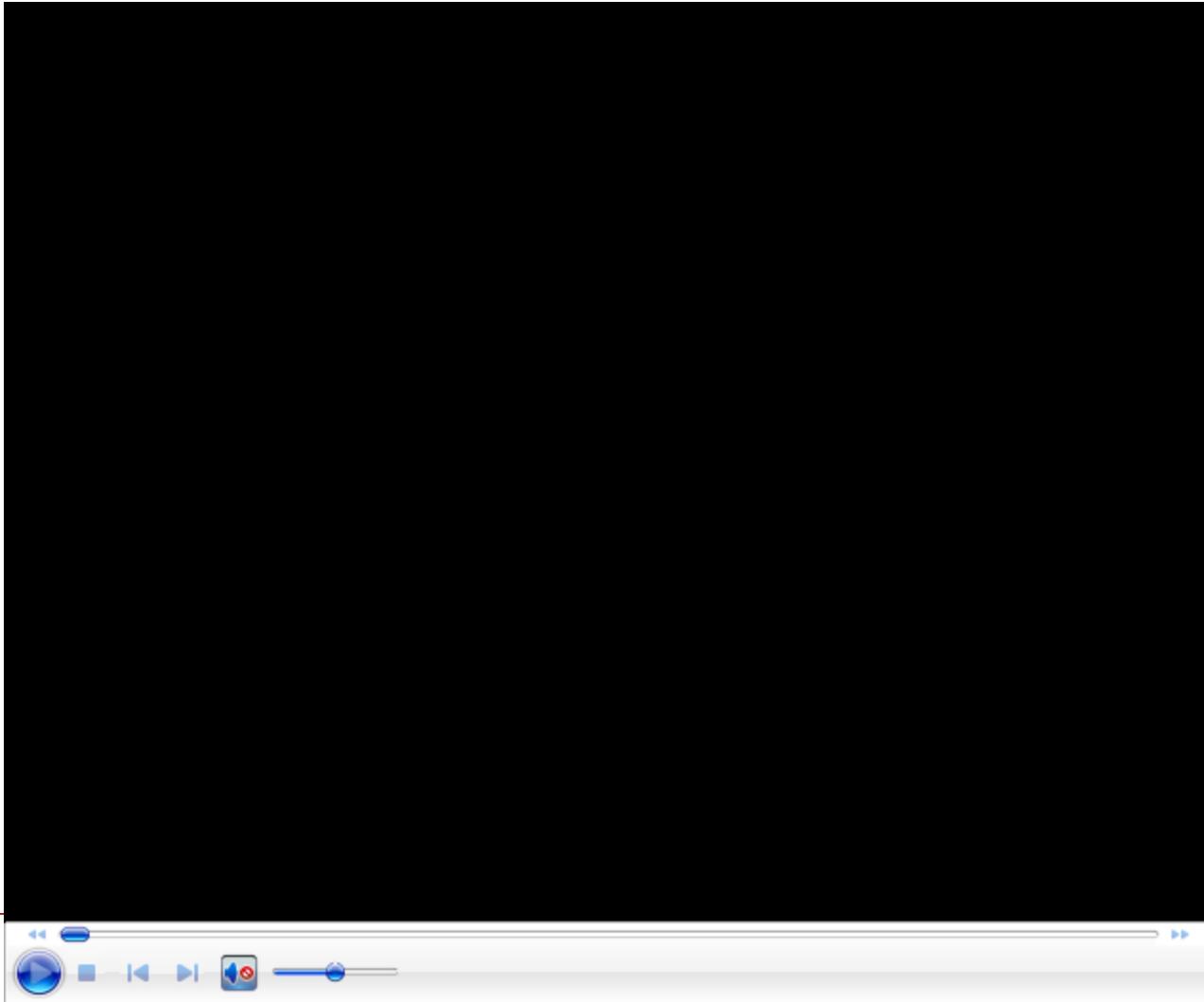
▶ 激しい時間変動

▶ 光度は桁で変わる

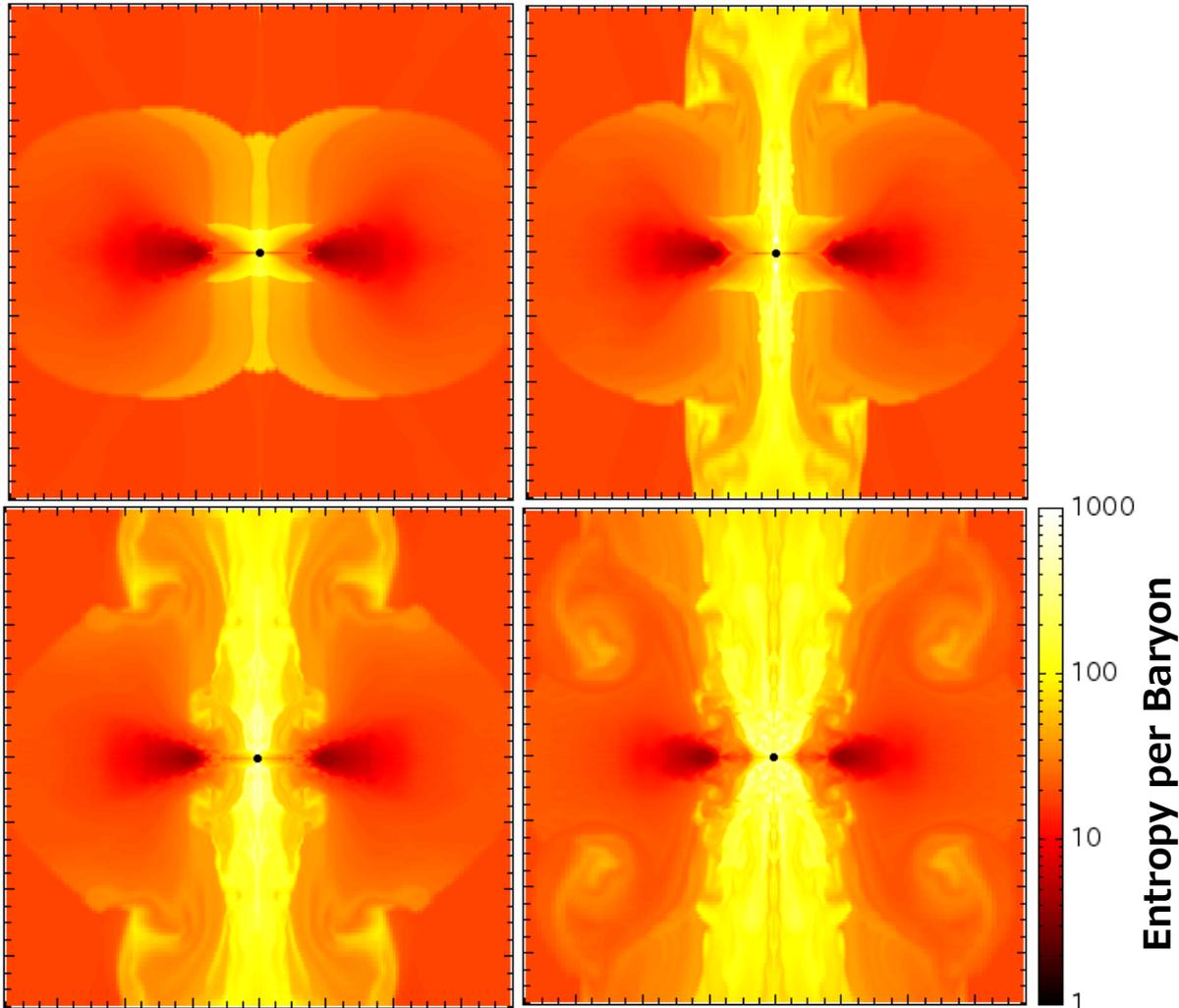


BHが直ちに形成されてもアウトフロー

- ▶ Ohkubo et al. 500Msolar 高速回転モデル



Outflow appears even when BH is formed

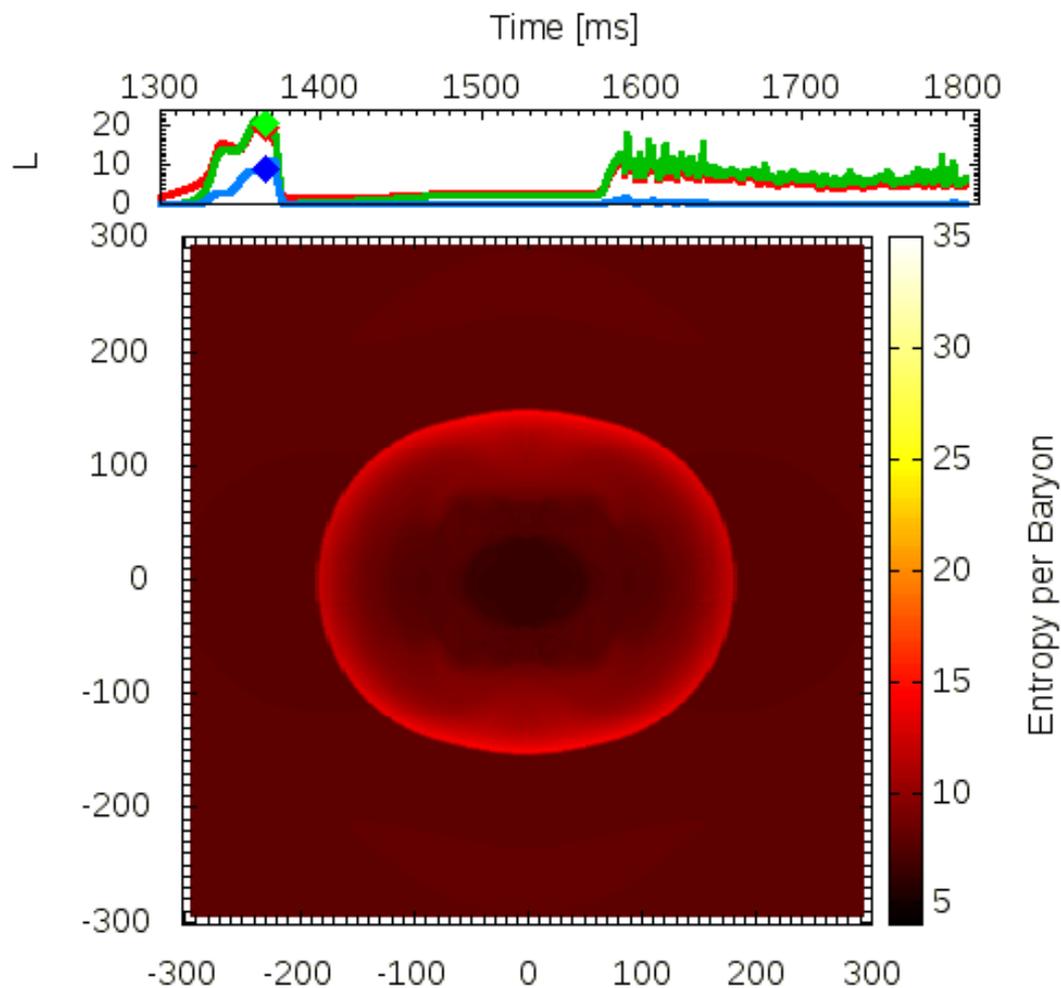


- ▶ 斜め衝撃波によって中心領域に集中
- ▶ 吸い込みきれなくなり、BH上空に衝撃波が形成
- ▶ 効率的にエネルギーがたまる
- ▶ **Outflow**



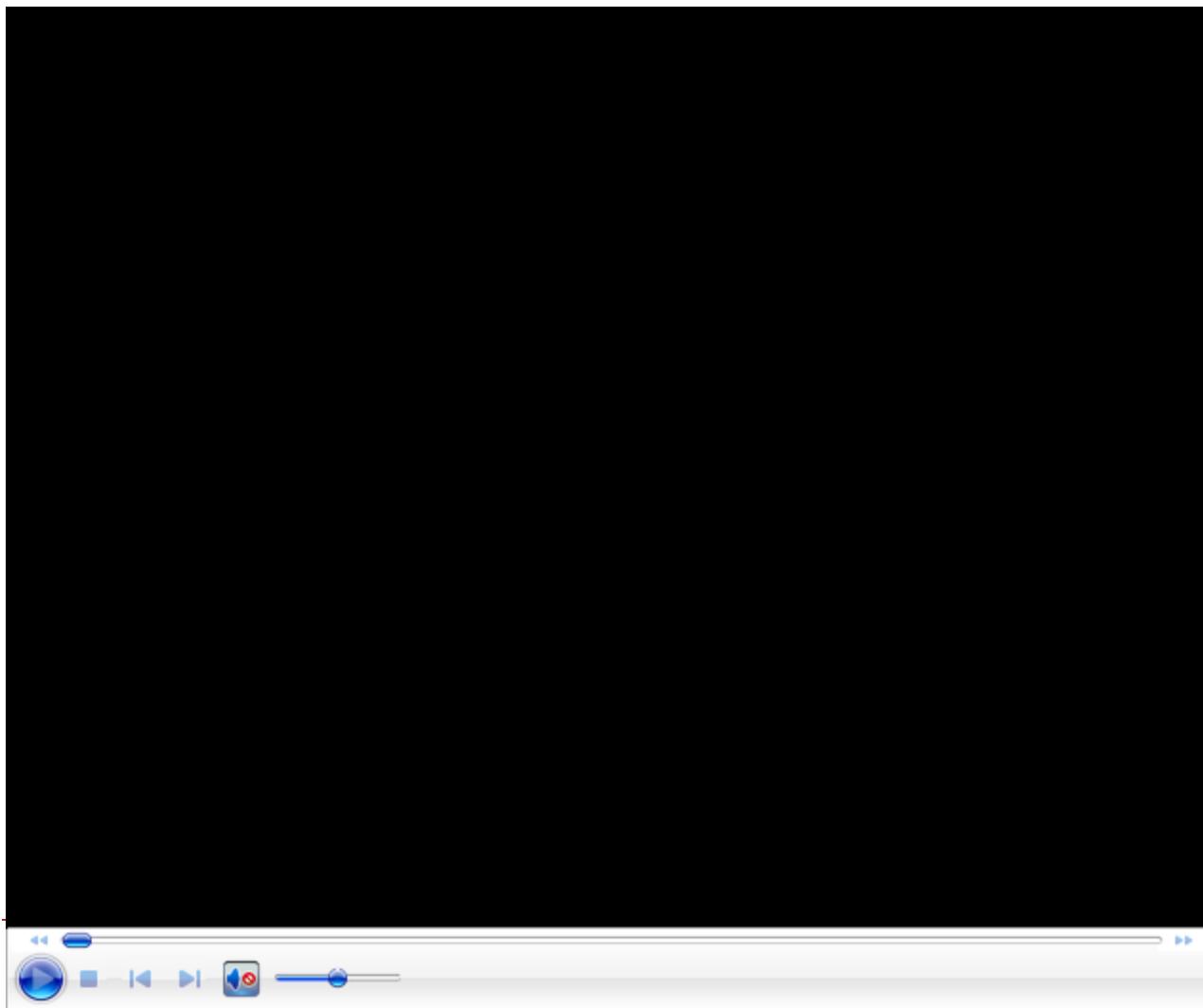
コアの回転の違いによるさらなるバラエティ

- ▶ High entropy core : 中速回転

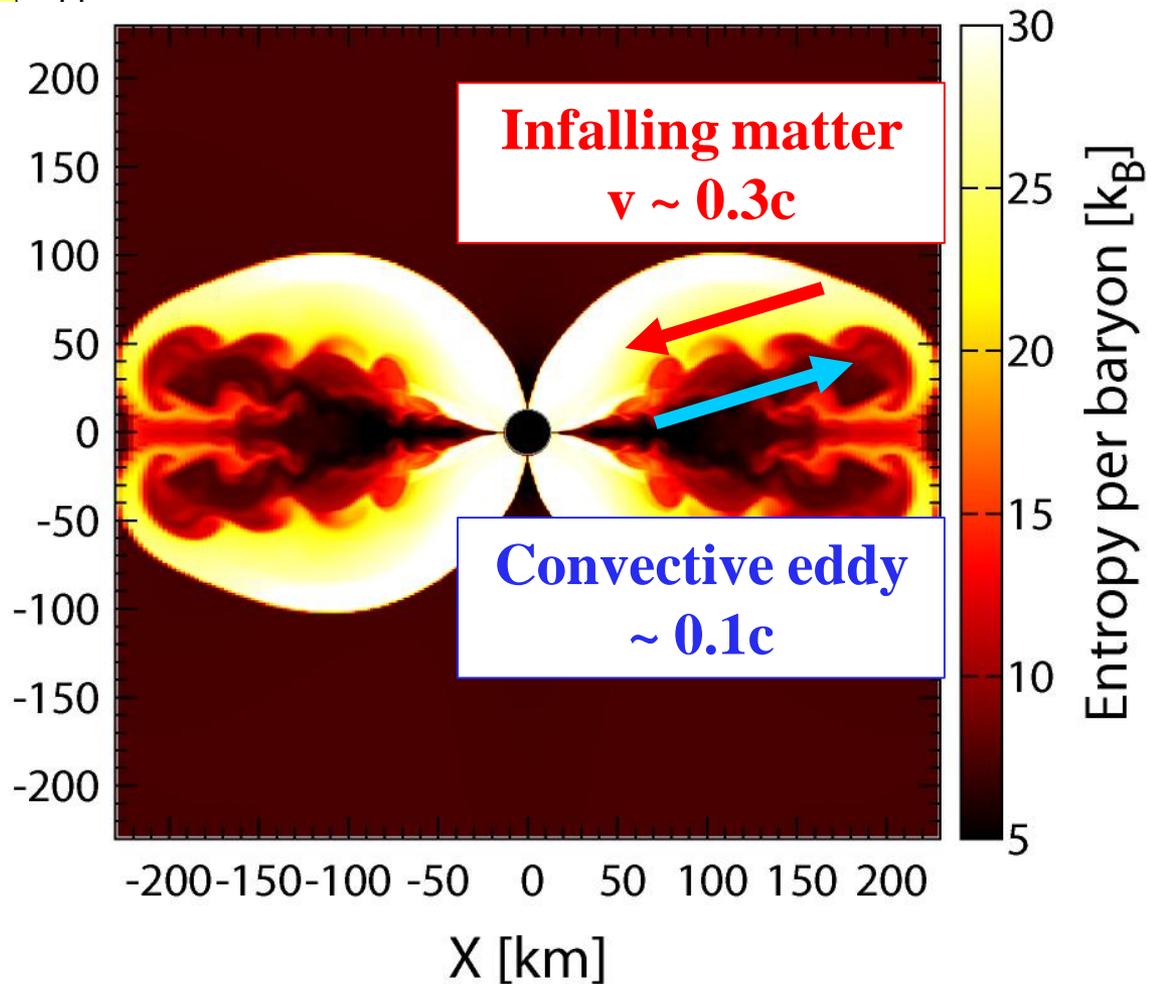
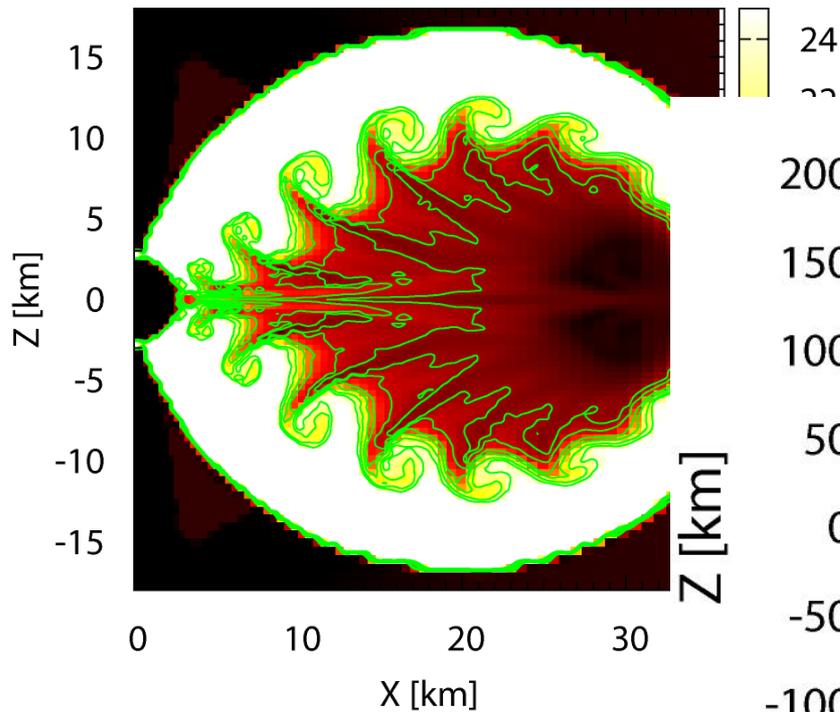


コアの回転の違いによるさらなるバラエティ

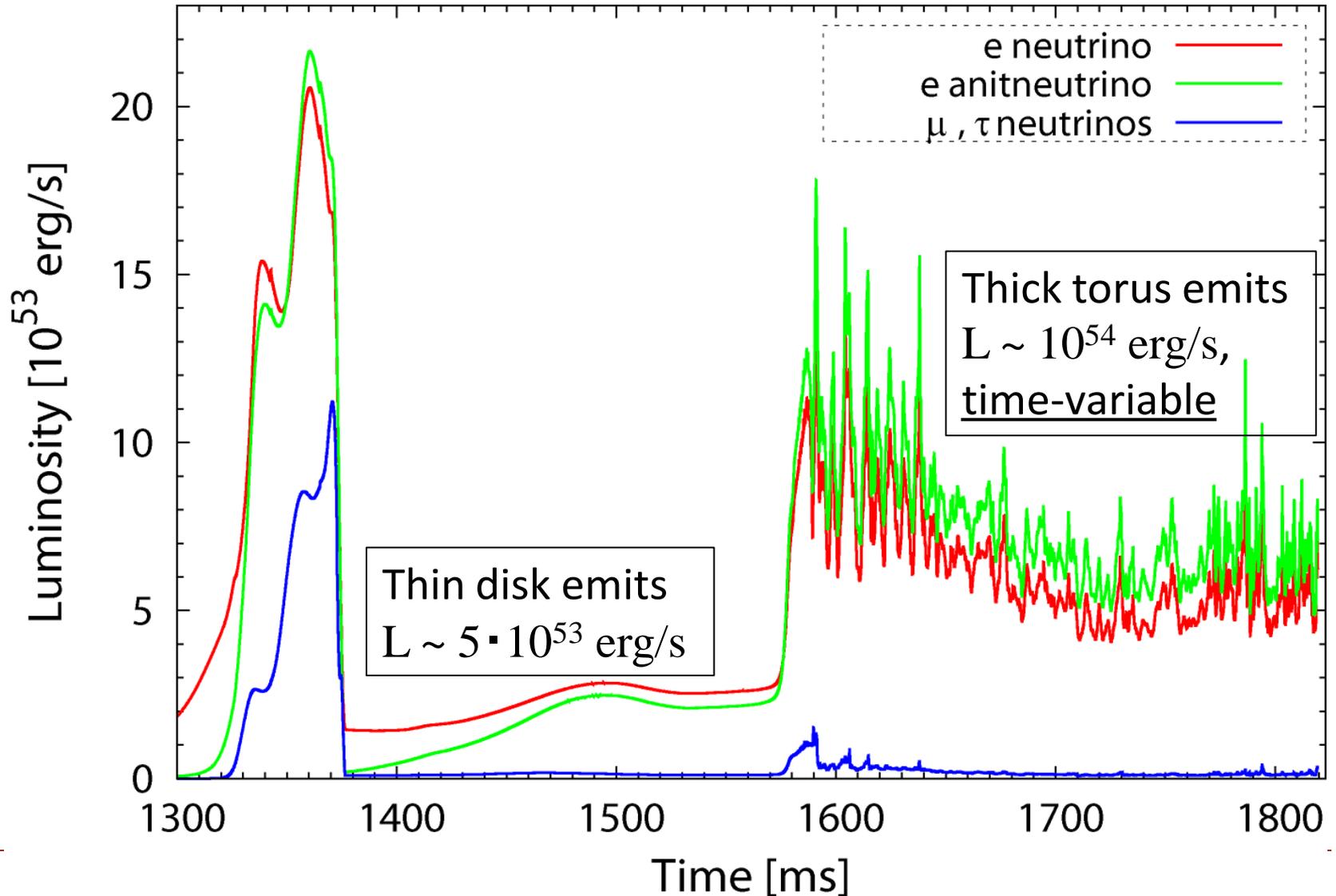
- ▶ High entropy core : 中速回転



KH instability



Neutrino luminosity



Summary

- ▶ The first full GR simulations, incorporating microphysics, of stellar core collapse adopting various initial models
- ▶ BH formation process is quite dynamical, accompanying (oblique) shock formation, convection, and outflows
 - ▶ The dynamics is sensitive to the initial rotational profile which is poorly known
 - ▶ Accumulation of material (energy) into the pole region of the central object is a key feature for driving an outflow
 - ▶ Outflows can be driven even when BH is directly formed
- ▶ The resulting system has preferable features for producing LGRBs

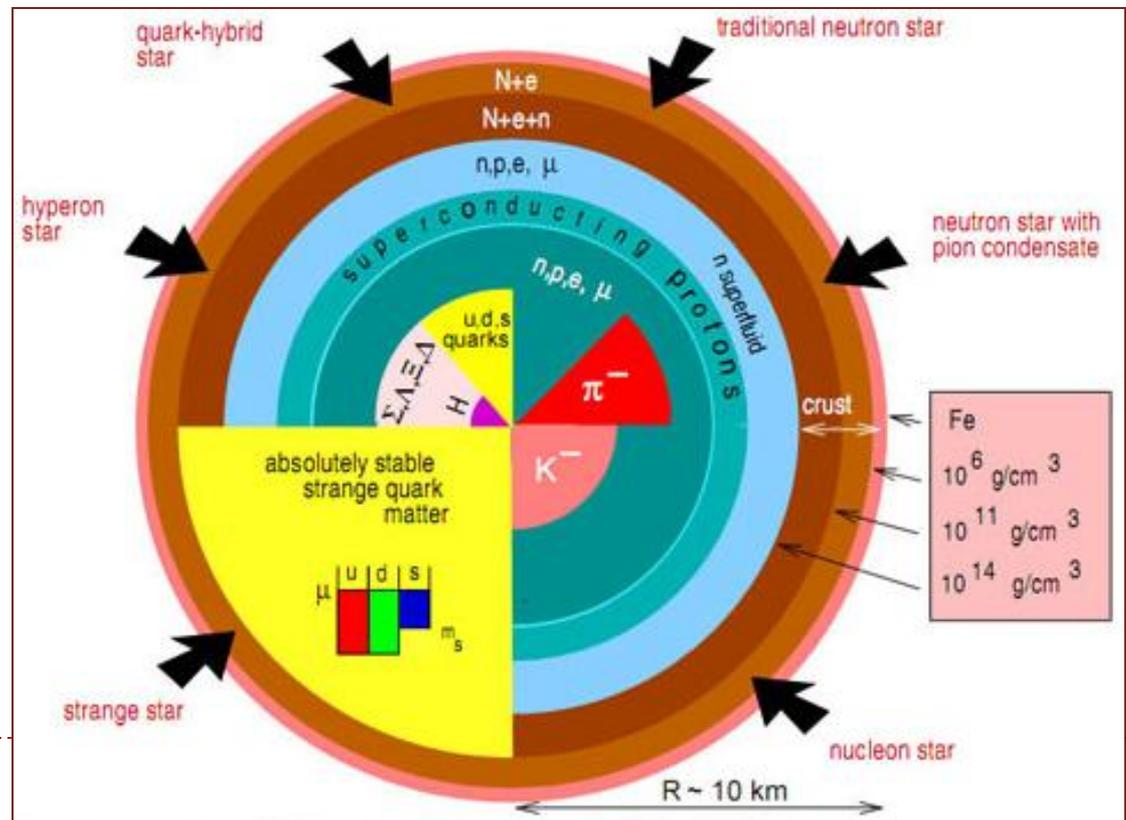


連星中性子星の合体



中性子星内部の物理

- ▶ 未だによくわかっていない
- ▶ There may be *exotic* phases at high densities (Pauli principle)
 - ▶ Meson cond., Quarks, **Hyperons**, ...
- ▶ 連星中性子星合体からの重力波によって状態方程式を制限できるか？



やったこと

- ▶ Einstein 方程式を解く (数値相対論) :
 - ▶ Shibata-Nakamura (BSSN) formalism
- ▶ GR Lepton-v-Hydrodynamics 方程式 を解く
 - ▶ 有限温度高密度核物質状態方程式
 - ▶ 弱い相互作用 (電子捕獲反応/ ニュートリノ対生成・散乱)
 - ▶ ニュートリノ冷却/輸送
- ▶ 二つの状態方程式でニュートリノ光度、重力波を計算
 - ▶ S-EOS: Shen et al. (1998) による 通常核物質 状態方程式
 - ▶ H-EOS: Shen et al. (2011) による ハイペロン 状態方程式
 - ▶ Λ ハイペロンのみ考慮
 - ▶ 2つの状態方程式を区別できるか?
- ▶ 初期条件
 - ▶ 等質量中性子星の連星 : 1.35, 1.5, 1.6 Msolar binary



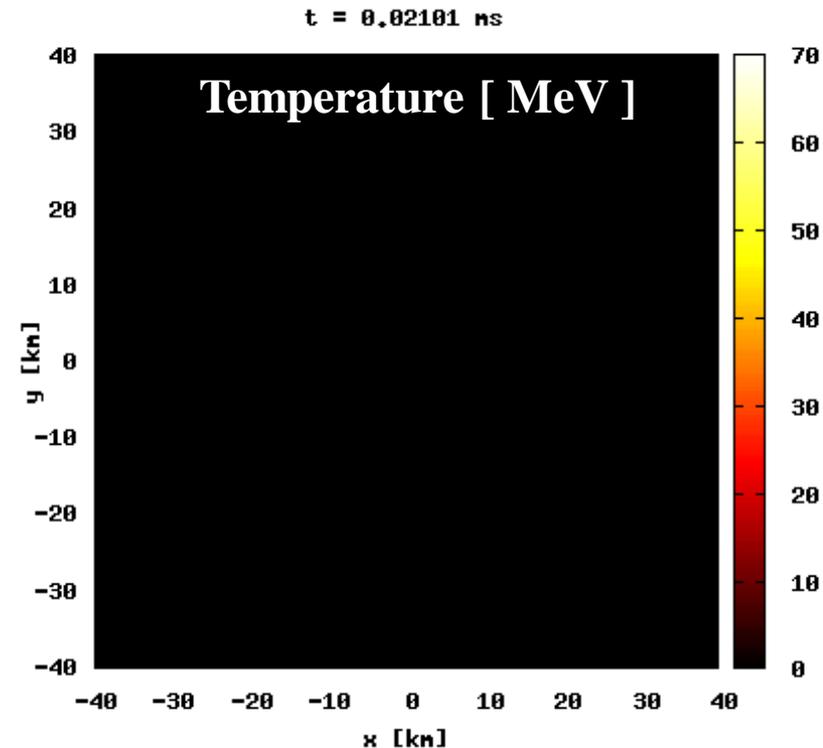
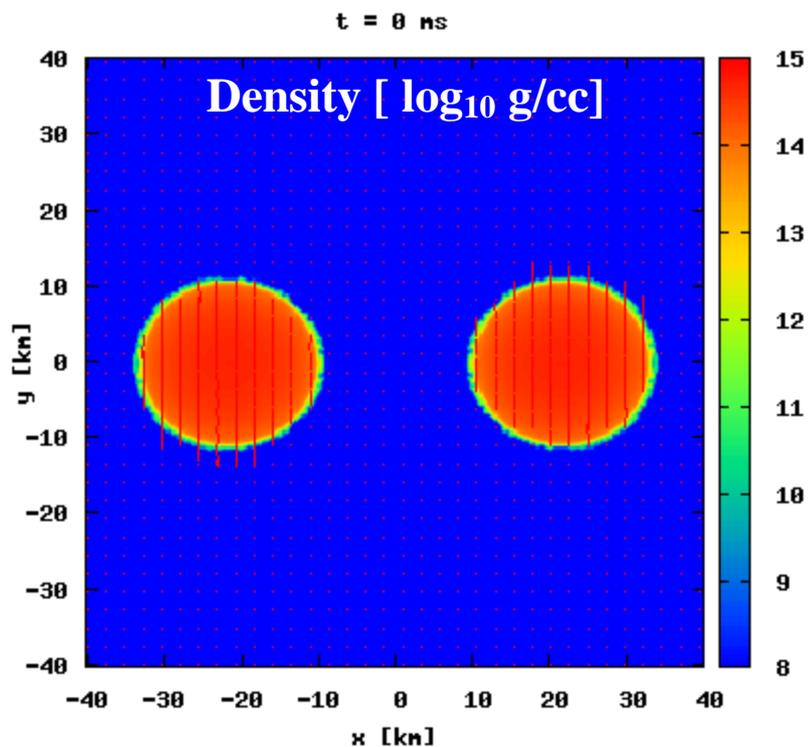
ハイペロン

- ▶ ストレンジネスを含むハドロン
- ▶ 高密度領域で核子の Fermiエネルギーが増大
⇒ ハイペロンを作ったほうがエネルギー的に得
 - ▶ @原子核密度の数倍程度
 - ▶ 核物理研究者はハイペロンはきっと出現すると信じている
 - ▶ ハイペロン相互作用は良く分かっていない
 - ▶ 状態方程式も分かっていない
- ▶ ハイペロンの出現に伴って状態方程式は柔らかくなる
 - ▶ ハイペロンが出現するまでは状態方程式は同じ



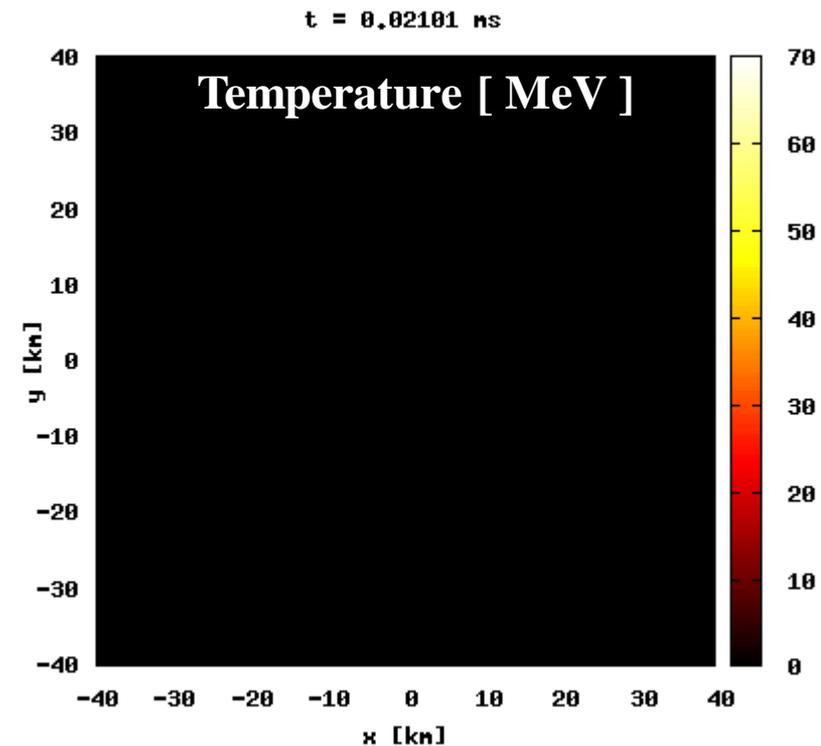
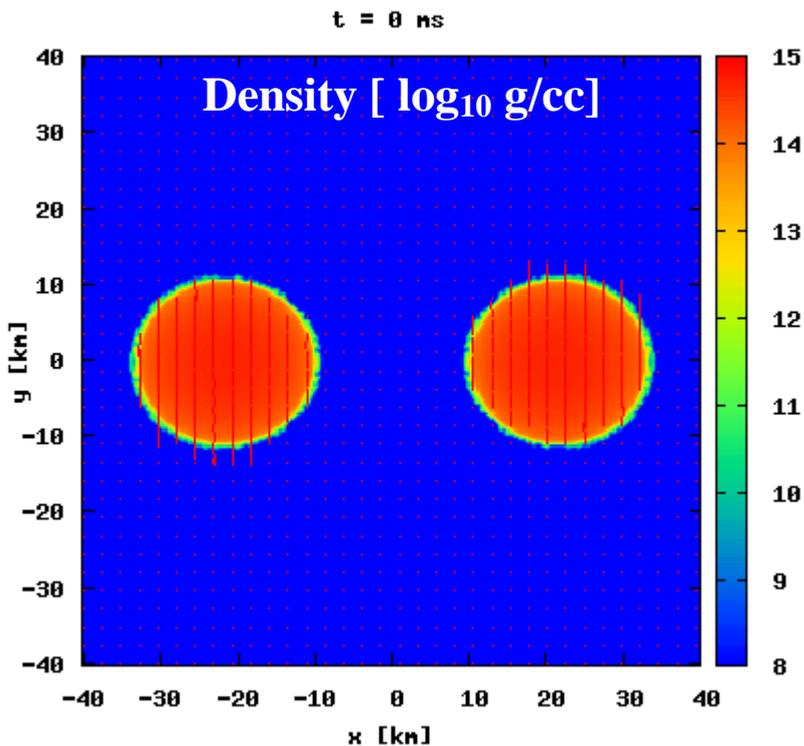
Merger Dynamics with hyperonic EOS

- ▶ Hyper massive NS (HMNS) first forms and eventually collapses to BH
 - ▶ As HMNS shrinks, density and temperature increase and consequently more hyperons appear, making EOS more softer
- ▶ After the BH formation, a massive accretion disk ($\sim 0.08 M_{\text{solar}}$) is formed
⇒ short GRBs ?



Merger Dynamics with hyperonic EOS

- ▶ Hyper massive NS (HMNS) first forms and eventually collapses to BH
 - ▶ As HMNS shrinks, density and temperature increase and consequently more hyperons appear, making EOS more softer
- ▶ After the BH formation, a massive accretion disk ($\sim 0.08 M_{\text{solar}}$) is formed
⇒ short GRBs ?

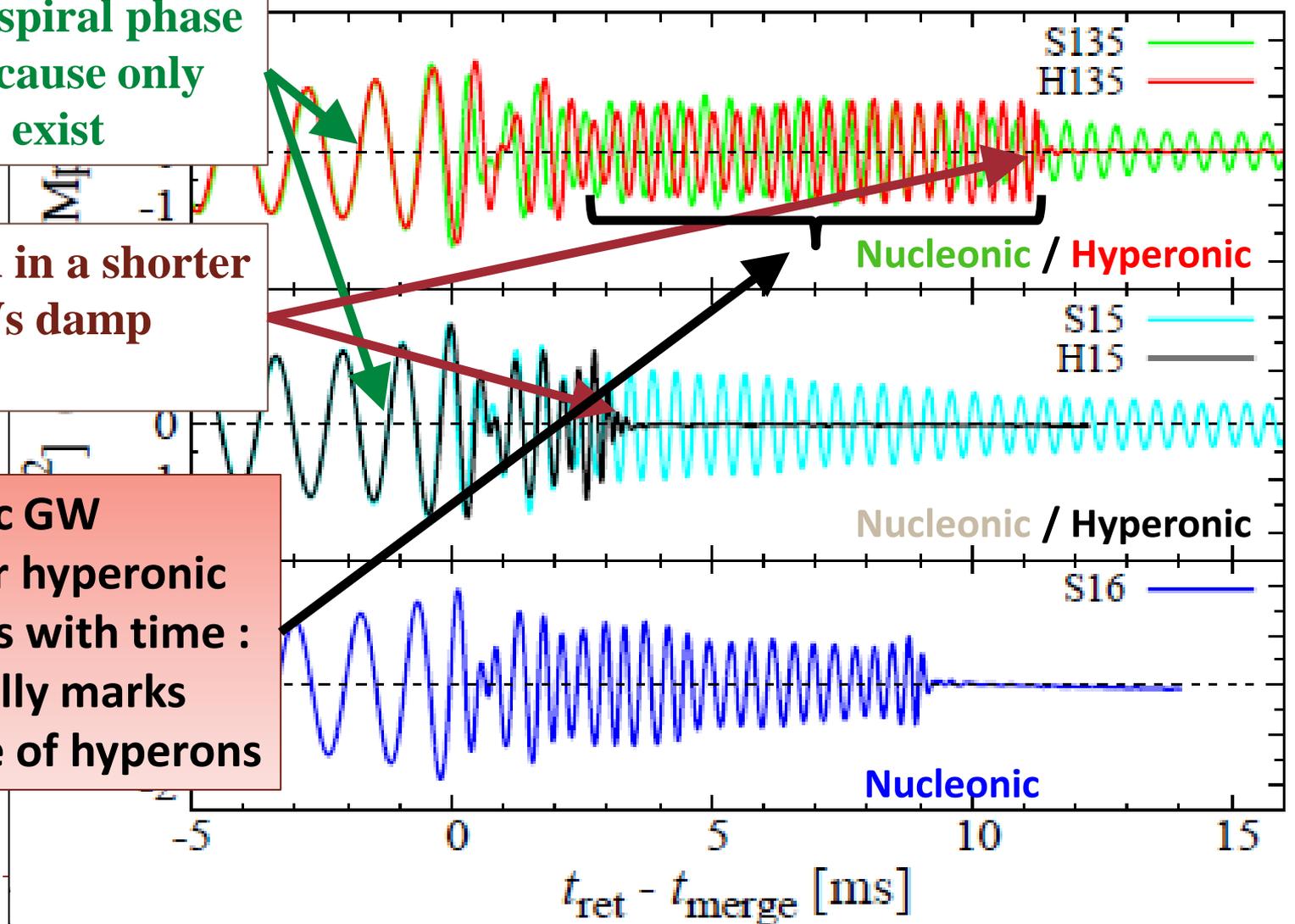


Gravitational Waveforms : Hyperonic

GWs from inspiral phase agree well because only few hyperons exist

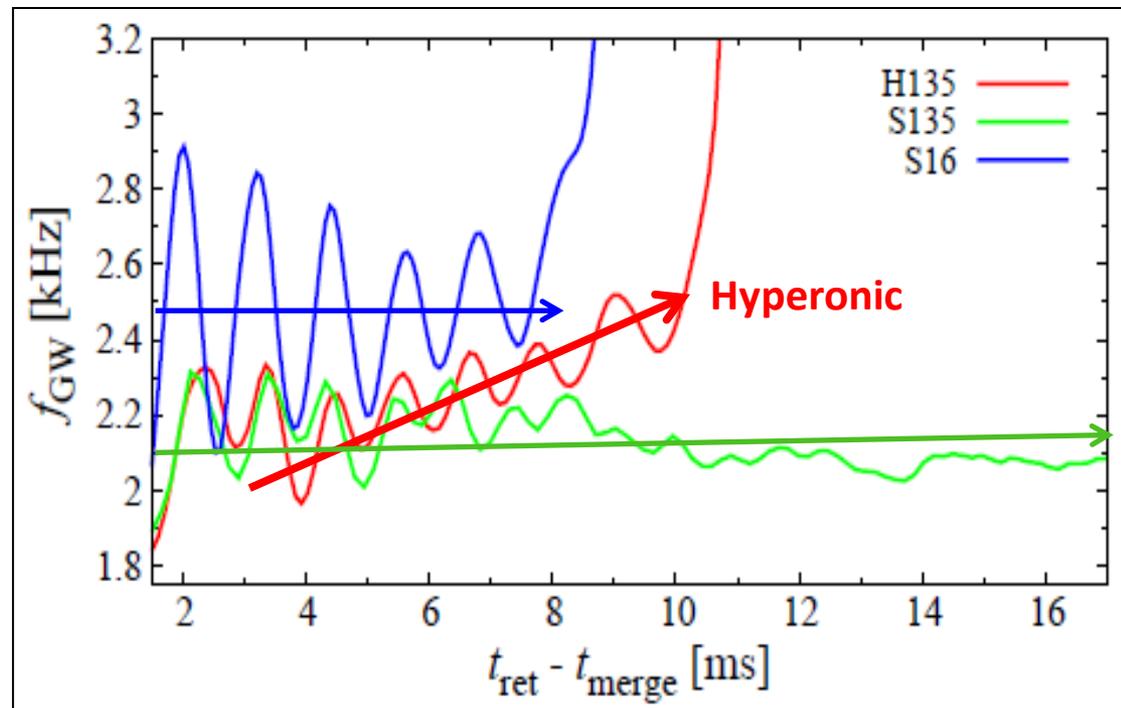
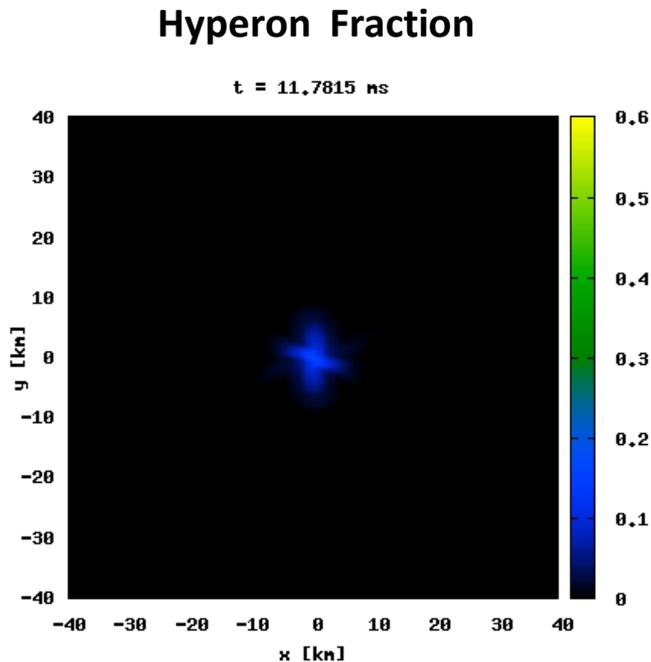
BH is formed in a shorter time and GWs damp steeply there

Characteristic GW frequency for hyperonic EOS increases with time : This potentially marks the existence of hyperons

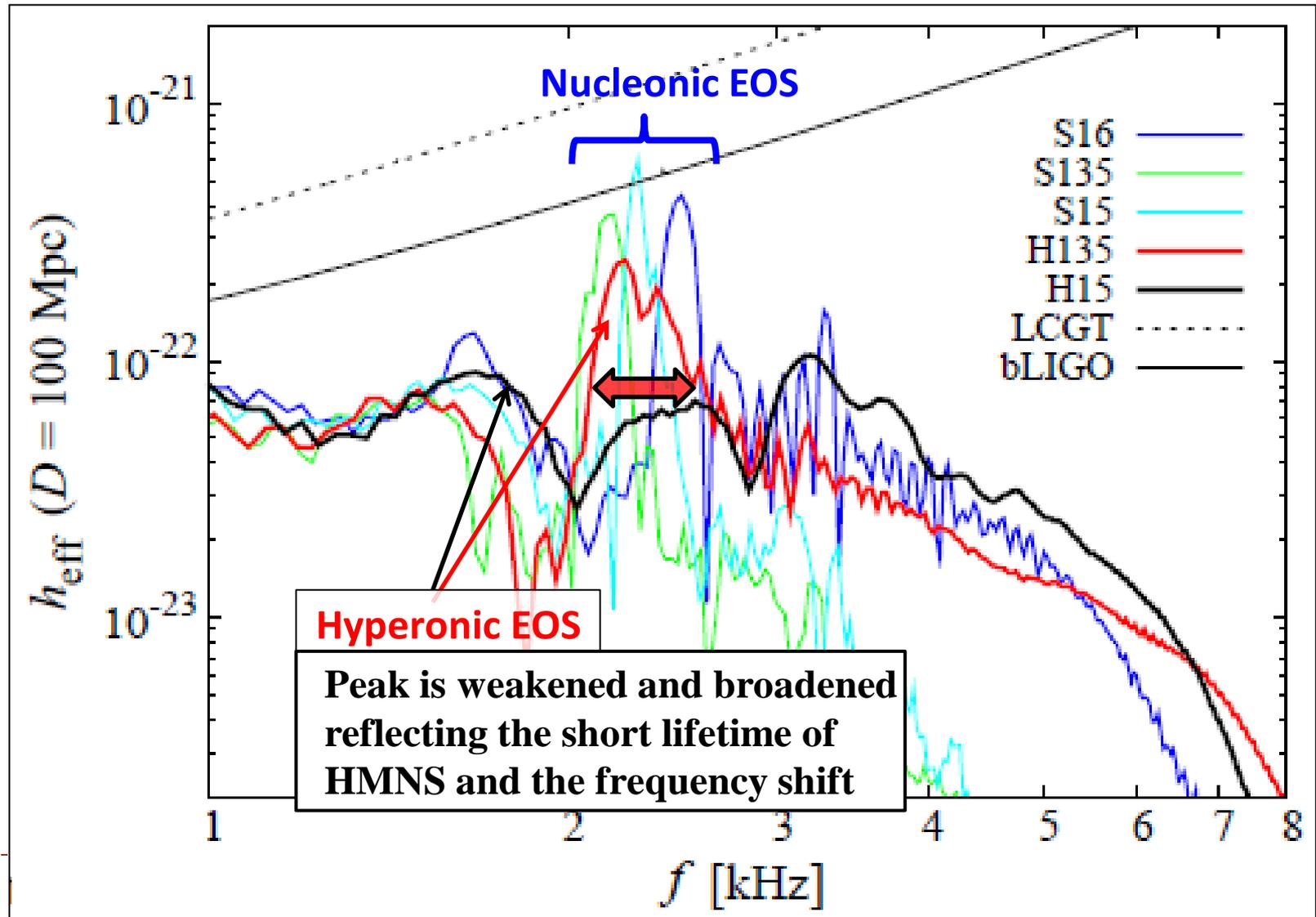


GW frequency shift due to hyperon

- ▶ Dynamics of HMNS formed after the merger
 - ▶ **Nucleonic**: HMNS shrinks by angular momentum loss in a long GW timescale
 - ▶ **Hyperonic**: GW emission \Rightarrow HMNS shrinks \Rightarrow More Hyperons appear \Rightarrow EOS becomes softer \Rightarrow HMNS shrinks more \Rightarrow ...
 - ▶ **As a result, the characteristic frequency of GW increases with time**
 - ▶ Providing potential way to tell existence of hyperons (exotic particles)

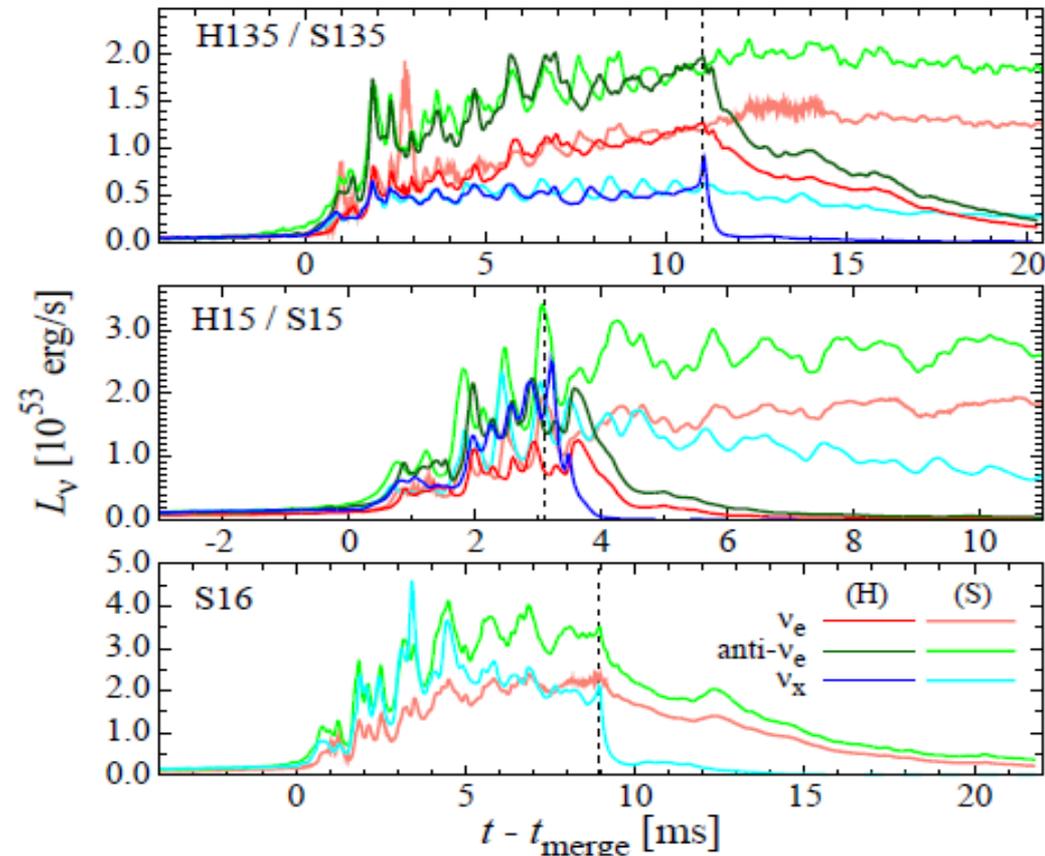
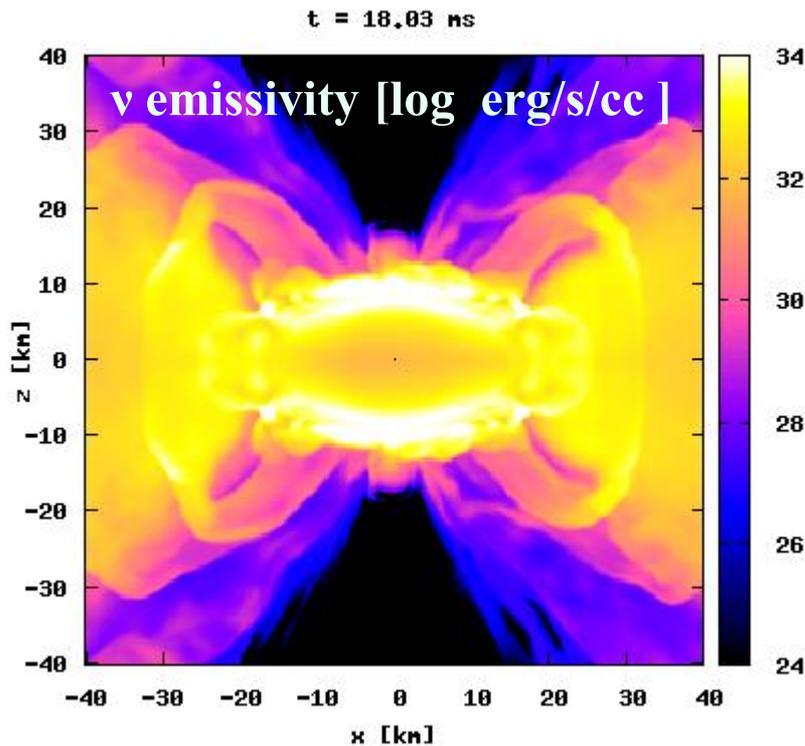


Gravitational Wave Spectra



Neutrino Luminosity

- ▶ There is no difference except for the duration until the BH formation
 - ▶ **Effects of hyperons are significant in the central region where neutrino diffusion time is very long, and swallowed into BH**
- ▶ Difficult to tell the existence of hyperons using the neutrino signals alone



Summary

- ▶ We performed the first numerical-relativity simulations of BNS merger incorporating a finite temperature EOS with hyperons
- ▶ Existence of hyperons are imprinted in GWs
 - ▶ The characteristic GW frequency increases in time
 - ▶ which stems from Nucleonic-to-Hyperonic Transition
 - ▶ Providing potential way to tell existence of hyperons by GW obs.
- ▶ It seems difficult to constrain EOS by neutrino signals alone
 - ▶ Effects of hyperons are significant in the central high density region which is swallowed into BH



全体のまとめ

- ▶ 現在、数値相対論は基本的な技術的困難がおおむね解決され、長時間安定なシミュレーションをすることが可能になっている。
- ▶ 今後はより「現実的な」問題設定におけるシミュレーションが盛んにおこなわれるようになるだろう。
 - ▶ 重力波テンプレートの作成 ⇒ 重力波天文学
 - ▶ ニュートリノシグナルの計算 ⇒ マルチメッセンジャー天文学
 - ▶ 高エネルギー天体现象の中心動力源の解明

